ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4
ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ ΜΙΑΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

Ας θεωρήσουμε ένα πείραμα στο οποίο μετράμε το μήκος ενός τραπεζιού με την βοήθεια ενός μέτρου. Ας κάνουμε, επιπλέον, ένα σύνολο επαναλαμβανόμενων μετρήσεων προσπαθώντας να διαβάσουμε κάθε φορά την ένδειξη του μέτρου με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια. Θα διαπιστώσουμε ότι οι τιμές κυμαίνονται γύρω από κάποια τιμή και, αν σχεδιάσουμε την συνάρτηση κατανομής της συχνότητας, θα δούμε ότι σχηματίζεται μιά κατανομή. Οι διαφορετικές τιμές είναι το αποτέλεσμα της επίδρασης μερικών μικρών παραγόντων οι οποίοι δεν ελέγχονται από αυτόν που κάνει το πείραμα και μπορούν να μεταβάλλονται από την μιά μέτρηση στην άλλη. Για παράδειγμα, τέτοιοι παράγοντες μπορούν να είναι η μη ευθυγράμμιση του μέτρου, οι διαστολές ή συστολές λόγω της μεταβολής της θερμοκρασίας, η αποτυχία του πειραματιστή να βάλει κάθε φορά το μηδέν του μέτρου στο ίδιο σημείο κ.λπ. Όλοι αυτοί οι παράγοντες είναι πηγές σφαλμάτων λόγω της χρήσης του οργάνου με το οποίο γίνεται η μέτρηση, όπου στο όργανο συμπεριλαμβάνεται και ο παρατηρητής. Φυσικά, όσο περισσότεροι από τους παράγοντες αυτούς ελέγχονται, τόσο μικρότερη θα είναι η διακύμανση των τιμών. Τότε λέμε ότι το όργανο είναι πιό ακριβές. Στο όριο ενός ιδανικού, τέλειου οργάνου, η κατανομή γίνεται συνάρτηση δ με κέντρο την πραγματική τιμή της μετρούμενης ποσότητας. Φυσικά, δεν υπάρχει τέτοιο όργανο.

Έτσι, η κατανομή της μέτρησης ενός μεγέθους, που περιλαμβάνει την λήψη ενός δείγματος από ένα μεγάλο σύνολο, καθορίζεται από την ανακρίβεια του οργάνου που χρησιμοποιείται στην μέτρηση. Σε όλες τις περιπτώσεις η κατανομή είναι γκαουσσιανή. Υποθέτοντας ότι δεν υπάρχουν συστηματικά σφάλματα, η μέση τιμή της γκαουσσιανής είναι η πραγματική τιμή της μετρούμενης ποσότητας και η στάνταρ απόκλιση της κατανομής σχετίζεται με την ακρίβεια του οργάνου με το οποίο γίνεται η μέτρηση.

Η ακρίβεια ενός οργάνου μέτρησης έχει δύο συνιστώσες:

1. την ακρίβεια της ανάγνωσης και
2. την ακρίβεια της βαθμολογίας.

Η συνολική ακρίβεια του οργάνου είναι το άθροισμα των δύο συνιστωσών.

Η ακρίβεια της βαθμολογίας καθορίζεται από τον κατασκευαστή του οργάνου και συνοδεύει το κάθε όργανο.

Η ακρίβεια της ανάγνωσης εξαρτάται από τον τρόπο παροχής της τιμής της μέτρησης. Από την άποψη αυτή τα όργανα μέτρησης χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

1. τα όργανα με κλίμακα (αναλογικά όργανα) και
2. τα ψηφιακά όργανα.

Όργανα με κλίμακα:

Κατά την μέτρηση μιάς ποσότητας με ένα όργανο όπου η τιμή της μέτρησης προκύπτει από την ανάγνωση της κλίμακας του οργάνου, η ακρίβεια ανάγνωσης της μέτρησης καθορίζεται από την μικρότερη υποδιαίρεση της κλίμακας του οργάνου. Γενικά, *δεν μπορούμε να μετρήσουμε κάποιο μέγεθος με ένα όργανο που διαθέτει κλίμακα με ακρίβεια καλύτερη από μιά μικρή υποδιαίρεση της κλίμακας*. Κάποιος πειραματιστής με πείρα στην λήψη τέτοιων μετρήσεων μπορεί να εκτιμήσει την ακρίβεια της μέτρησης το πολύ ίση με μισή μικρή υποδιαίρεση της κλίμακας.

Ψηφιακά όργανα:

Στα ψηφιακά όργανα, η τιμή της μέτρησης δίνεται σαν ένας αριθμός στην περιοχή απεικόνισης (display) του οργάνου. Είναι προφανές ότι *δεν μπορούμε να διαβάσουμε την ένδειξη με ακρίβεια καλύτερη από μιά μονάδα του τελευταίου λιγότερου σημαντικού ψηφίου του display.*

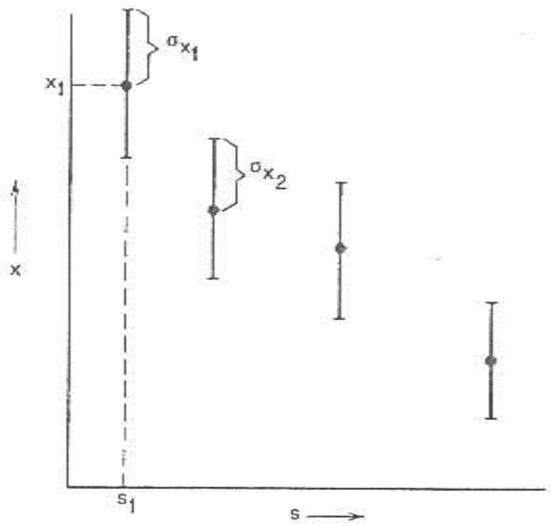
Σφάλματα της ραδιενέργειας:

Η ραδιενέργεια είναι στατιστικό φαινόμενο με την έννοια ότι ενώ υπάρχει κάποια καθορισμένη πιθανότητα να διασπαστεί ένας πυρήνας στην μονάδα του χρόνου, δεν γνωρίζουμε την χρονική στιγμή κατά την οποία θα συμβεί αυτό. Αυτό έχει σαν συνέπεια, όταν μετράμε την ενεργότητα ενός δείγματος (ο χρόνος ημισείας ζωής του δείγματος θα πρέπει να είναι πολύ μεγάλος σε σχέση με την διάρκεια της μέτρησης) οι μετρήσεις μας να μην είναι ίδιες αλλά να κυμαίνονται γύρω από μιά τιμή. Η στατιστική της απαρίθμησης προβλέπει ότι *αν M είναι μιά μετρούμενη ποσότητα ενεργότητας, τότε το σφάλμα στο M είναι ίσο με την τετραγωνική ρίζα του M* ή:

$$\sigma_M = \sqrt{M}$$

Αυτή η απλή σχέση ισχύει μόνον όταν το Μ είναι μετρούμενη ποσότητα. ***Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση όπου το Μ δεν είναι μετρούμενη ποσότητα αλλά προκύπτει από υπολογισμούς, η παραπάνω σχέση δεν ισχύει για την εκτίμηση του σφάλματος του Μ.*** Στην περίπτωση αυτή καταφεύγουμε στην μετάδοση του σφάλματος, όπως περιγράφεται στο επόμενο κεφάλαιο.

Όταν ένα σύνολο μετρήσεων παρουσιάζεται γραφικά, τα σφάλματα που συνδέονται με κάθε μέτρηση απεικονίζονται επίσης στο ίδιο διάγραμμα. Στο σχήμα 4.1 παρουσιάζεται ένα υποθετικό σύνολο μετρήσεων μιάς ποσότητας x σαν συνάρτηση μιάς μεταβλητής ή παραμέτρου s. Τα δεδομένα των μετρήσεων παρουσιάζονται σαν σημεία, ενώ το σφάλμα κάθε σημείου δείχνεται από το μήκος του 'error bar' γύρω από κάθε σημείο. Έχει καθιερωθεί το μήκος του error bar να είναι ίσο με μιά τιμή του



Σχήμα 4.1 Γραφική παράσταση των error bar που συνδέονται με κάποια πειραματικά δεδομένα.

σ σε κάθε πλευρά του σημείου, ή το ολικό μήκος του error bar να είναι ίσο με 2σ. Κάτω από αυτές τις συνθήκες, αν κανείς προσπαθήσει να προσαρμόσει μιά υποθετική συνάρτηση $x = f(s)$, η συνάρτηση θα πρέπει να διέρχεται από το 68% (περίπου 2/3) όλων των error bar των πειραματικών σημείων.