

ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΩΝ

Περίθλαση Ηλεκτρονίων

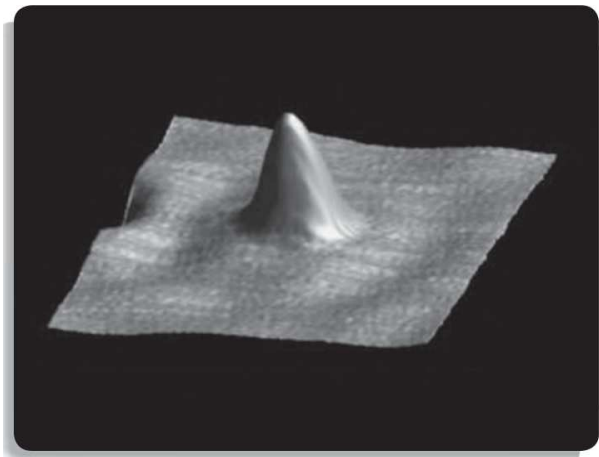
Γεώργιος Κίτης

Ε Α Π Φ

7 Οκτωβρίου 2020

Περίθλαση Ηλεκτρονίων

Γενικές ιδιότητες



Όπως ακριβώς παράγουμε εικόνες από φωτεινά κύματα που σχεδιάζονται από αντικείμενα, μπορούμε επίσης να σχηματίσουμε εικόνες από «σωματιδιακά κύματα».

Το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο, για παραδειγμα, παράγει εικόνες από κύματα ηλεκτρονίων, τα οποία μας επιτρέπουν να απεικονίζουμε αντικείμενα σε κλίμακα πολύ μικρότερη από το μήκος κύματος του φωτός.

Η ικανότητα να παρατηρούνται μεμονωμένα ανθρώπινα κύτταρα και ακόμη και υποκυτταρικά αντικείμενα, όπως τα χρωμοσώματα, έχει επιφέρει επανάσταση στην κατανόηση των βιολογικών διεργασιών.

Είναι ακόμη δυνατό να σχηματίσουμε εικόνες ενός μόνο ατόμου, όπως αυτό του ατόμου κοβαλτίου σε μια χρυσή επιφάνεια. Οι κυματισμοί στην επιφάνεια δείχνουν ηλεκτρόνια από άτομα χρυσού που αντιδρούν στην παρουσία του εισβολέα.

Στην κλασική φυσική, οι νόμοι που περιγράφουν τη συμπεριφορά των κυμάτων και των σωματιδίων είναι θεμελιωδώς διαφορετικοί. Τα βλήματα ακολουθούν νόμους που αμόζουν σε σωματίδια, όπως αυτοί της Νευτώνειας μηχανικής.

Τα κύματα υφίστανται συμβολή και περίθλαση, οι οποίες δεν μπορούν να εξηγηθούν από τη μηχανική του Νεύτωνα, η οποία σχετίζεται με σωματίδια.

Η ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σωματίδιο περιορίζεται σε μια μικρή περιοχή του χώρου· ενώ το κύμα, από την άλλη πλευρά, κατανέμει την ενέργειά του σε όλο το χώρο του μετώπου κύματος.

Κατά την περιγραφή της συμπεριφοράς ενός σωματιδίου θέλουμε συχνά να καθορίσουμε την θέση του, αυτό όμως δεν είναι τόσο εύκολο για ένα κύμα. Πώς θα περιγράφατε την ακριβή θέση ενός ηχητικού κύματος ή ενός κύματος νερού·

Σε αντίθεση με την καθαρή αυτή διάκριση που συναντάται στην κλασική φυσική, η κβαντική φυσική απαιτεί από τα σωματίδια να υπακούουν, κάποιες φορές, κανόνες οι οποίοι χαρακτηρίζουν τα κύματα και ως εκ τούτου θα χρησιμοποιήσουμε, για την περιγραφή των σωματιδίων, γλώσσα που σχετίζεται με κύματα.

Το μέρος της μηχανικής το σχετικό με τα κβαντικά συστήματα αποκαλείται μερικές φορές 'κύματο-μηχανική' επειδή ασχολείται με την κυματική συμπεριφορά των σωματιδίων.

Στα επόμενα θα δούμε κάποιες πειραματικές ενδείξεις για την υποστήριξη της κυματικής συμπεριφοράς σωματιδίων των π.χ. ηλεκτρονίων.

Καθώς η διάλεξη προχωρά, να σημειώνετε τις συχνές αναφορές σε όρους όπως η πιθανότητα του αποτελέσματος μιας μέτρησης, ο μέσος όρος επαναληπτικών μετρήσεων και η στατιστική συμπεριφορά ενός συνόλου.

Οι όροι αυτοί είναι θεμελιώδεις για την κβαντομηχανική και δεν θα μπορέσετε να κατανοήσετε την κβαντική συμπεριφορά μέχρι να νιώσετε άνετα με την απόρριψη κλασικών εννοιών, όπως οι σταθερές τροχιές και η βεβαιότητα του αποτελέσματος, αντικαθιστώντας τις με κβαντομηχανικές έννοιες της πιθανότητας και των στατιστικώς κατανομημένων αποτελεσμάτων.

Η πρόοδος στη φυσική μπορεί να χαρακτηρίζεται συχνά από μακρές περιόδους πειραματικής και θεωρητικής κόπωσης, περιστασιακά διακοπτόμενη από αναλαμπές γνώσης, οι οποίες προκαλούν βαθιές αλλαγές στον τρόπο με τον οποίο βλέπουμε το σύμπαν.

Συχνά όσο βαθύτερη η διορατικότητα και όσο τολμηρότερο το αρχικό βήμα, τόσο απλούστερη φαίνεται στην ιστορική προοπτική και πιθανότερο να αναρωτηθούμε: 'Γιατί δεν το σκέφτηκα αυτό.'

Η ειδική θεωρία της σχετικότητας του Einstein είναι ένα παράδειγμα τέτοιας διορατικότητας· η υπόθεση του Γάλλου Louis de Broglie είναι ένα άλλο.

Όλοι σας θα έχετε ακούσει το πείραμα διπλής σχισμής, το οποίο μπορεί να γίνει κατανοητό μόνο αν το φως συμπεριφέρεται ως κύμα, αλλά επίσης το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο και το φαινόμενο δμπτον, τα οποία μπορούν να γίνουν κατανοητά μόνο αν το φως συμπεριφέρεται ως σωματίδιο.

Η διπλή αυτή φύση, ή δυϊσμός, σωματιδίου - κύματος είναι αποκλειστική ιδιότητα του φωτός ή και υλικών αντικειμένων; Σε μια διορατική και συνάμα τολμηρή υπόθεση στη διδακτορική του διατριβή το 1924, ο de Broglie επέλεξε την τελευταία εκδοχή.

Παρατηρώντας την Εξίσωση, $E = hf$ και την Εξίσωση $p = h/\lambda$, διαπιστώνουμε κάποια δυσκολία να εφαρμόσουμε την πρώτη εξίσωση στα σωματίδια, διότι δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι αν το E θα πρέπει να είναι κινητική ενέργεια, συνολική ενέργεια ή ολική σχετικιστική ενέργεια (Προκειμένου γαι το φώς είναι, φυσικά, είναι ταυτόσημες).

Παρόμοιες δυσκολίες δεν υπάρχουν για την δεύτερη σχέση. Ο De Broglie πρότεινε, απουσία κάθε πειραματικής ένδειξης που να στηρίζει την υπόθεσή του, ότι με οποιοδήποτε υλικό σωματιδίο που κινείται με μια ορμή p υπάρχει ένα μήκος κύματος λ σχετιζόμενο με το p σύμφωνα με την

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1)$$

όπου h είναι η σταθερά του Planck. Το μήκος κύματος λ ενός σωματιδίου καλείται μήκος κύματος de Broglie του σωματιδίου.

Παράδειγμα

Υπολογίστε το μήκος κύματος de Broglie των εξής: (α) Ενός αυτοκινήτου 1000 κιλών που ταξιδεύει στα 100m/s (περίπου 200mph). (β) Σφαίρας 10g που κινείται με 500m/s . (γ) Σωματιδίου καπνού μάζας 10^9g που κινείται με 1cm/s . (δ) Ενός ηλεκτρονίου με κινητική ενέργεια 1eV . (ε) Ενός ηλεκτρονίου με κινητική ενέργεια 100MeV .

Λύση

(α) Χρησιμοποιώντας την κλασική σχέση μεταξύ ταχύτητας και ορμής

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \times 10^{34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(10^3 \text{ kg})(100 \text{ m/s})} = 6.6 \times 10^{-39} \text{ m}$$

(β) όπως και στο (α)

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.6 \times 10^{34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(10^{-2} \text{ kg})(500 \text{ m/s})} = 1.3 \times 10^{-34} \text{ m}$$

(β) όπως και στο (α)

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(10^{-12} \text{ kg})(10^{-2} \text{ m/s})} = 6.6 \times 10^{-20} \text{ m}$$

(δ) Η ενέργεια ηρεμίας (mc^2) ηλεκτρονίου είναι $5.1 \times 10^5 \text{ eV}$. Επειδή η κινητική ενέργεια (1 eV) είναι πολύ μικρότερη της ενέργειας ηρεμίας, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μη σχετικιστική κινηματική.

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{2mK} = \sqrt{2(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(1 \text{ eV})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} \\ &= 5.4 \times 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

Τότε

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{5.4 \times 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 1.2 \times 10^{-9} \text{ m} = 1.2 \text{ nm}$$

Μπορούμε επίσης να φθάσουμε στην λύση αυτή με τον εξής τρόπο, χρησιμοποιώντας $p = \sqrt{2mK}$ και $hc = 1240\text{eV} \cdot \text{nm}$

$$\begin{aligned}cp &= c\sqrt{2mK} = \sqrt{2(mc^2)k} \\ &= \sqrt{2(5.1 \times 10^5\text{eV})(1\text{eV})} = 1.0 \times 10^3\text{eV} \\ \lambda &= \frac{h}{p} = \frac{hc}{pc} = \frac{1240\text{eV} \cdot \text{nm}}{1.0 \times 10^3\text{eV}} = 1.2\text{nm}\end{aligned}$$

Η μέθοδος αυτή μπορεί να φαίνεται με την πρώτη ματιά τεχνητή, στην πράξη όμως είναι εξαιρετικά χρήσιμη, κυρίως γιατί οι ενέργειες συνήθως δίδονται σε eV στην ατομική και πυρηνική φυσική.

(ε) Στην περίπτωση αυτή, η κινητική ενέργεια είναι πολύ μεγαλύτερη από την ενέργεια ηρεμίας, και άρα βρισκόμαστε σε ακραία σχετικιστική περιοχή όπου $K \cong E \cong pc$, όπως στην Εξ. 2.40. Το μήκος κύματος είναι

$$\lambda = \frac{hc}{pc} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{100 \text{ MeV}} = 12 \text{ fm}$$

Σημειωτέον ότι τα μήκη κύματος που υπολογίζονται στις απαντήσεις των (α), (β) και (γ) είναι πολύ μικρά για να παρατηρηθούν στο εργαστήριο.

Μόνο στις δύο τελευταίες περιπτώσεις, στις οποίες το μήκος κύματος είναι της ίδιας τάξης με τα ατομικά ή πυρηνικά μεγέθη, έχουμε πιθανότητες να παρατηρήσουμε το μήκος κύματος.

Λόγω της πολύ μικρής τιμής της h , η κυματική συμπεριφορά παρατηρείται μόνο για σωματίδια ατομικού ή πυρηνικού μεγέθους.

Γεννώνται αμέσως δύο ερωτήματα. Πρώτον, τι ακριβώς είδους κύμα είναι αυτό, το οποίο έχει μήκος κύματος **de Broglie**, · Δηλαδή, τι μετρά το πλάτος του κύματος **de Broglie** ;

Θα αναπτύξουμε την απάντηση στο ερώτημα αυτό αργότερα στο μάθημα αυτό.

Προς το παρόν, υποθέτουμε ότι, σε κάθε κινούμενο σωματίδιο προσάπτεται κύμα **de Broglie**, μήκους κύματος λ , το οποίο εμφανίζεται όταν εκτελείται ένα κυματικού τύπου πείραμα (όπως η περίθλαση).

Το δε αποτέλεσμα του κυματικού τύπου πειράματος εξαρτάται από το μήκος κύματος αυτό. Το μήκος κύματος **de Broglie**, το οποίο χαρακτηρίζει την κυματική συμπεριφορά των σωματιδίων, είναι κεντρικό στοιχείο της κβαντικής θεωρίας.

Τότε τίθεται το δεύτερο ερώτημα: Γιατί το μήκος κύματος αυτό δεν παρατηρήθηκε άμεσα πριν από την εποχή του de Broglie;

Όπως δείχνουν οι απαντήσεις (α), (β) και (γ) του προηγούμενου Παραδείγματος, για κοινά αντικείμενα, το μήκος κύματος de Broglie είναι πολύ μικρό.

Ας υποθέσουμε ότι προσπαθήσαμε να αποδείξουμε την κυματική φύση των αντικειμένων αυτών μέσω ενός πειράματος τύπου διπλής σχισμής. Θυμηθείτε, ότι η απόσταση μεταξύ γειτονικών κροσσών σε ένα πείραμα διπλής σχισμής είναι $\Delta y = \lambda \Delta / d$.

Δίνοντας λογικές τιμές στην απόσταση διαχωρισμού d των σχισμών και την απόσταση Δ του πετάσματος, θα διαπιστώσετε ότι δεν υπάρχει εφικτή πειραματική διάταξη που να μπορεί να παράγει έναν παρατηρήσιμο διαχωρισμό των κροσσών.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Δεν υπάρχει πείραμα, το οποίο να μπορεί να γίνει για να αποκαλυφθεί η κυματική φύση των μακροσκοπικών (εργαστηριακού μεγέθους) αντικειμένων. Η πειραματική επαλήθευση της υπόθεσης του **de Broglie** προέρχεται μόνο από πειράματα με αντικείμενα ατομικής κλίμακας.

Οι ενδείξεις κυματικής συμπεριφοράς προέρχονται κυρίως από πειράματα συμβολής και περίθλασης.

Η συμβολή διπλής σχισμής, είναι ίσως ο πιο γνωστός τύπος πειράματος συμβολής. Οι πειραματικές όμως δυσκολίες κατασκευής διπλών σχισμών για πειράματα συμβολής με δέσμες ατομικών ή υποατομικών σωματιδίων, λύθηκαν πολλά χρόνια μετά από την χρονική στιγμή της υπόθεσης **de Broglie**.

Θα συζητήσουμε τα πειράματα αυτά αργότερα αφού πρώτα θα συζητήσουμε πειράματα περίθλασης με ηλεκτρόνια.

Η περίθλαση των φωτεινών κυμάτων συζητείται στα περισσότερα εισαγωγικά βιβλία της φυσικής και απεικονίζεται δε στο Σχήμα 4.1 για φως που περιθλάται από μία μοναδική σχισμή.

Για το φως μήκους κύματος λ που προσπίπτει σε σχισμή πλάτους a , τα ελάχιστα περιθλάσεως εντοπίζονται σε γωνίες που δίδονται από

$$a \sin \theta = n \lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

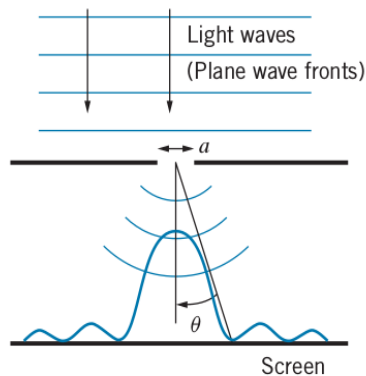
σε κάθε πλευρά του κεντρικού μεγίστου. Σημειωτέον ότι το μεγαλύτερο μέρος της έντασης φωτός πέφτει στο κεντρικό μέγιστο.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Τα πειράματα, τα οποία επαλήθευσαν πρώτα την υπόθεση του Broglie περιλαμβάνουν περίθλαση ηλεκτρονίων, όχι όμως μέσω μιας τεχνηώς κατασκευασμένης μονής σχισμής αλλά μέσω των ατόμων ενός κρυστάλλου. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων αυτών είναι παρόμοια με αντίστοιχα πειράματα περίθλασης ακτίνων X

Φωτεινά κύματα (αναπαριστώμενα ως επίπεδα μέτωπα κύματος) προσπίπτουν σε μια στενή σχισμή πλάτους a . Η περίθλαση προκαλεί την διασπορά των κυμάτων μετά τη διέλευση από τη σχισμή και η ένταση ποικίλει κατά μήκος της οθόνης. Η φωτογραφία δείχνει την προκύπτουσα εικόνα της έντασης.



Σχήμα: 4.1

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Σε ένα πείραμα περιθλάσεως ηλεκτρονίων, μία δέσμη ηλεκτρονίων επιταχύνεται από την κατάσταση ηρεμίας μέσω μιας διαφοράς δυναμικού ΔV , αποκτώντας μία μη σχετικιστική κινητική ενέργεια $K = e\Delta V$ και ορμή ($p = \sqrt{2mK}$).

Η κυματομηχανική θα περιγράψει την δέσμη ηλεκτρονίων ως κύμα μήκους κύματος $\lambda = h/p$.

Η δέσμη προσπίπτει επί του κρυστάλλου και η σχεδιαζόμενη δέσμη φωτογραφίζεται.

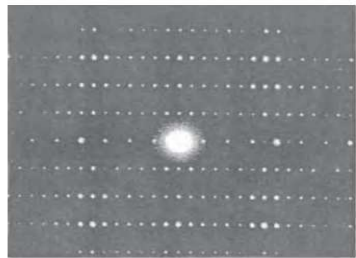
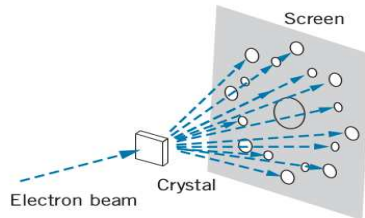
Η ομοιότητα μεταξύ των εικόνων περίθλασης ηλεκτρονίων και των εικόνων περίθλασης ακτίνων X υποδηλώνει έντονα ότι τα ηλεκτρόνια συμπεριφέρονται ως κύματα.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

(Πάνω) Συσκευή περίθλασης ηλεκτρονίων.

(Κάτω) Εικόνα περίθλασης ηλεκτρονίων. Κάθε φωτεινή κουκκίδα είναι μια περιοχή εποικοδομητικής συμβολής, όπως στις εικόνες περίθλασης ακτίνων X του Σχήματος 3.7. Ο στόχος είναι ένας κρύσταλλος $Ti_2Nb_{10}O_{29}$.

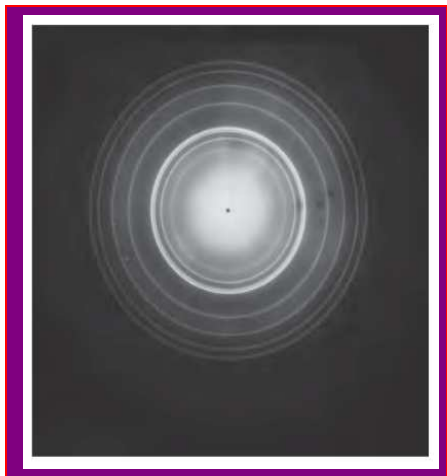


Σχήμα: 4.2

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Περίθλαση ηλεκτρονίων από πολυκρύσταλλο βηρυλλίου. Σημειώστε την ομοιότητα μεταξύ της εικόνας αυτής και της εικόνας από περίθλαση ακτίνων X ενός πολυκρυσταλλικού υλικού.



Σχήμα: 4.3

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Οι “δακτύλιοι” που παράγονται κατά την περίθλαση ακτίνων X των πολυκρυσταλλικών υλικών παράγονται ακριβώς και κατά την περίθλαση ηλεκτρονίων, παρέχοντας και πάλι ισχυρή ένδειξη για την ομοιότητα της κυματικής συμπεριφοράς των ηλεκτρονίων και των ακτίνων X .

Τα πειράματα του τύπου τα οποία απεικονίζεται στο Σχήμα 4.3 έγιναν για πρώτη φορά το 1927 από τον **G. P. Thomson**, ο οποίος, για την εργασία αυτή, μοιράστηκε το βραβείο Νόμπελ του 1937.

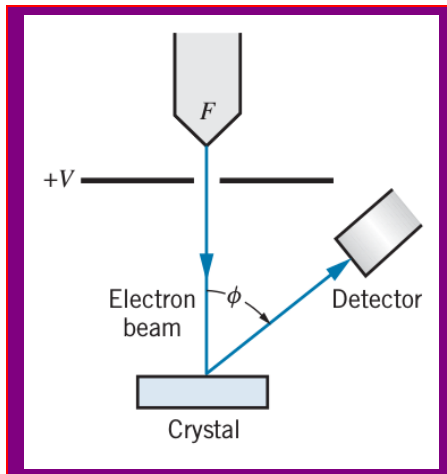
(Ο πατέρας του Thomson, **J. J. Thomson**, έλαβε το βραβείο Νόμπελ του 1906 για την ανακάλυψη του ηλεκτρονίου και τη μέτρηση του λόγου φορτίου προς μάζα του ηλεκτρονίου.

Έτσι, μπορεί να ειπωθεί ότι ο πατήρ Thomson, ανακάλυψε τη σωματιδιακή φύση του ηλεκτρονίου, ενώ ο υιός Thomson, ανακάλυψε την κυματική του φύση.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Συσκευή που χρησιμοποιήθηκε από τους **Davisson και Germer** για τη μελέτη περίθλασης ηλεκτρονίων. Τα ηλεκτρόνια αφήνουν το νήμα F και επιταχύνονται από την τάση V . Η δέσμη χτυπά ένα κρύσταλλο και η σχεδαζόμενη δέσμη ανιχνεύεται υπό γωνία ϕ σε σχέση με την προσπίπτουσα δέσμη. Ο ανιχνευτής μπορεί να μετακινηθεί από 0 έως 90° .

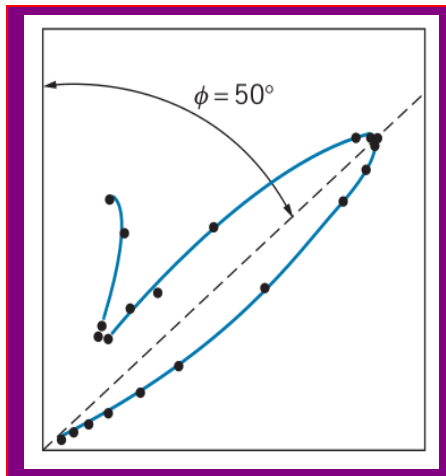


Σχήμα: 4.4

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Αποτελέσματα των Davisson - Germer. Κάθε σημείο της γραφικής παράστασης αντιπροσωπεύει τη σχετική ένταση όταν ο ανιχνευτής στο Σχήμα 4.4 βρίσκεται στην αντίστοιχη γωνία ϕ που μετράται από τον κάθετο άξονα. Η εποικοδομητική συμβολή είναι η αιτία που η ένταση της ανακλώμενης δέσμης φτάνει στο μέγιστο σε $\phi = 50^\circ$ για $V = 54V$.



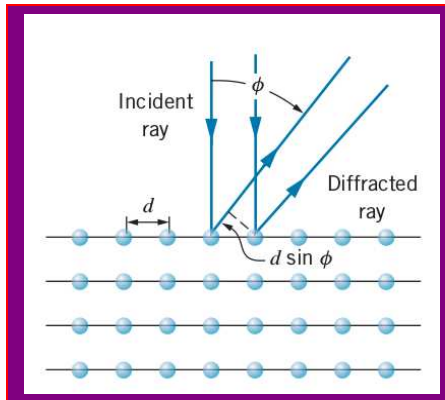
Σχήμα: 4.5

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Κάθε ένα από τα άτομα του κρυστάλλου μπορεί να λειτουργήσει ως σχεδαστής, οπότε τα σχεδασζόμενα κύματα ηλεκτρονίων μπορούν να συμβάλλουν και έχουμε ένα κρυσταλλικό πλέγμα περίθλασης για τα ηλεκτρόνια.

Το Σχήμα δείχνει μια απλοποιημένη αναπαράσταση του κρυστάλλου νικελίου που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα Davisson-Germer.



Σχήμα: 4.6

Η κρυσταλλική επιφάνεια ενεργεί ως πλέγμα περίθλασης με σταθερά την απόσταση d

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Επειδή τα ηλεκτρόνια είχαν μικρή ενέργεια, δεν διείσδυσαν σε βάθος εντός του κρυστάλλου οότε είναι λογικό να θεωρήσουμε ότι η περίθλαση λαμβάνει χώρα σε επιφανειακό επίπεδο των ατόμων του δείγματος.

Η κατάσταση αυτή παρομοιάζεται με την περίθλαση ενός ανακλαστικού φράγματος περίθλασης για το φως· η ενδοατομική απόσταση d μεταξύ των σειρών των ατόμων του κρυστάλλου είναι η αντίστοιχη με την απόσταση μεταξύ των σχισμών ενός οπτικού πλέγματος.

Το μέγιστο φράγματος περίθλασης λαμβάνει χώρα σε γωνίες ϕ τέτοιες ώστε η διαφορά δρόμου $d \sin \phi$ μεταξύ παρακειμένων ακτίνων να είναι ίση με έναν εκέραιο αριθμό μηκών κύματος:

$$d \sin \phi = n \lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

όπου n είναι ο αριθμός της τάξης του μεγίστου.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Από ανεξάρτητα δεδομένα, είναι γνωστό ότι η ενδοατομική απόσταση μεταξύ των σειρών των ατόμων ενός κρυστάλλου νικελίου είναι $d = 0.215 \text{ nm}$.

Η κορυφή σε $\phi = 50^\circ$ πρέπει να είναι κορυφή πρώτης τάξης ($n = 1$), επειδή δεν παρατηρήθηκαν κορυφές σε μικρότερες γωνίες.

Εάν αυτό είναι πράγματι ένα μέγιστο συμβολής, τότε το αντίστοιχο μήκος κύματος από ανωτέρω Εξίσωση, είναι,

$$\lambda = d \sin \phi = (0.215 \text{ nm})(\sin 50^\circ) = 0.165 \text{ nm}$$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Μπορούμε τώρα να συγκρίνουμε την τιμή αυτή με αυτήν που προβλέπεται από την θεωρία de Broglie. Ηλεκτρόνιο επιταχυνόμενο σε διαφορά δυναμικού 54 V έχει κινητική ενέργεια 54 eV και επομένως ορμή:

$$p = \sqrt{2 m K} = \frac{1}{c} \sqrt{2 m c^2 K} = \frac{1}{c} \sqrt{2(511.000 \text{ eV})(54 \text{ eV})} = \frac{1}{c} (74309 \text{ eV})$$

Το κατά de Broglie μήκος κύματος είναι $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{pc}$. Χρησιμοποιώντας δε $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$,

$$\lambda = \frac{hc}{pc} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{7430 \text{ eV}} = 0.167 \text{ nm}$$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Η τιμή αυτή βρίσκεται σε εξαιρετική συμφωνία με την τιμή που βρέθηκε από το μέγιστο περίθλασης και παρέχει ισχυρές ενδείξεις υπέρ της θεωρίας **Broglie**. Για την πειραματική αυτή εργασία, ο **Davisson** μοιράσθηκε το 1937 το βραβείο **Nobel** με τον **G. P. Thomson**.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Η κυματική φύση των σωματιδίων δεν είναι αποκλειστικότητα των ηλεκτρονίων: κάθε σωματίδιο με ορμή p έχει μήκος κύματος κατά de Broglie $\frac{h}{p}$.

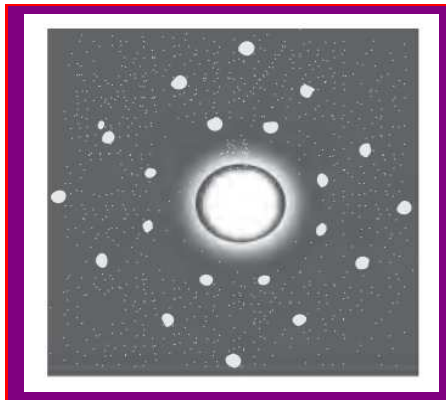
Τα νετρόνια παράγονται στους πυρηνικούς αντιδραστήρες με κινητικές ενέργειες που αντιστοιχούν σε μήκη κύματος περίπου 0.1 nm . Νετρόνια με τέτοιο μήκος κύματος θα είναι επίσης κατάλληλα για περίθλαση στους κρυστάλλους.

Το σχήμα 4.7 δείχνει ότι η περίθλαση των νετρονίων από έναν κρύσταλλο αλατιού παράγει τις ίδιες χαρακτηριστικές εικόνες περίθλασης, όπως η περίθλαση ηλεκτρονίων ή ακτίνων X .

Ο Clifford Shull μοιράστηκε το βραβείο Nobel του 1994 για την ανάπτυξη της τεχνικής της ερίθλασης νετρονίων.

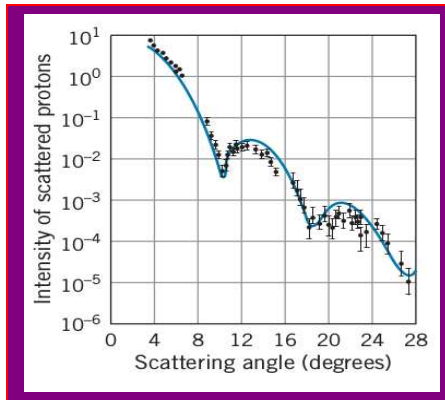
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων



Σχήμα: 4.7

Περίθλαση νετρονίων από κρύσταλλο χλωριούχου νατρίου.



Σχήμα: 4.8

Περίθλαση πρωτονίων 1 – GeV από πυρήνα οξυγόνου. Μέγισταν - Ελάχιστα παρόμοια της περίθλασης φωτεινών κυμάτων από σχισμή.

Για να μελετήσουμε τους πυρήνες των ατόμων, απαιτούνται πολύ μικρότερα μήκη κύματος, της τάξεως των $10^{-15} m$.

Το σχήμα 4.8 δείχνει την εικόνα περίθλασης που παράγεται από τη σκέδαση πρωτονίων κινητικής ενέργειας $1 - GeV$ από πυρήνες οξυγόνου.

Τα μέγιστα και ελάχιστα της σχεδαζομένης έντασης εμφανίζονται σε ένα παρόμοιο μοτίβο με αυτό της περίθλασης από μιά σχισμή που δείχνεται στο Σχήμα 4.1.

Η ένταση στο ελάχιστο δεν πέφτει στο μηδέν, επειδή οι πυρήνες δεν έχουν αυστηρά όρια.

Παράδειγμα 4.2

Πρωτόνια κινητικής ενέργειας 1.00 GeV περιθλώνται από τους πυρήνες οξυγόνου, οι οποίοι έχουν ακτίνα 3.0 fm , για να παράγουν τα δεδομένα που φαίνονται στο Σχήμα 4.8. Υπολογίστε τις γωνίες στις οποίες αναμένεται η εμφάνιση των τριών πρώτων ελαχίστων περιθλάσεως.

Λύση

Η ολική σχετικιστική ενέργεια E των πρωτονίων είναι

$$E = K + mc^2 = 1.00 \text{ GeV} + 0.94 \text{ GeV} = 1.94 \text{ GeV}$$

οπότε η ορμή τους είναι

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - (mc^2)^2}$$

$$\frac{1}{c} \sqrt{(1.94 \text{ GeV})^2 - (0.94 \text{ GeV})^2} = 1.70 \text{ GeV}/c$$

Το κατά de Broglie μήκος κύματος που αντιστοιχεί είναι

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{hp} = \frac{1240 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{1700 \text{ MeV}} = 0.73 \text{ fm}$$

Μπορούμε να παραστήσουμε τους πυρήνες οξυγόνου ως κυκλικούς δίσκους, για τους οποίους ο τύπος περίθλασης είναι λίγο διαφορετικός από την εξίσωση 4.2:

$$\alpha \sin \theta = 1.22 n \lambda,$$

όπου α η διάμετρος του περιθλώντος αντικειμένου.

Με βάση τον τύπο αυτόν, το πρώτο ελάχιστο περίθλασης ($n = 1$) θα εμφανισθεί σε γωνία

$$\sin \theta = \frac{1.22 n \lambda}{\alpha} = \frac{1.22)(1)(0.73 \text{ fm})}{6.0 \text{ fm}} = 0.148$$

ή $\theta = 8.5^\circ$.

Επειδή το ημίτονο της γωνίας περίθλασης είναι ανάλογο του δείκτη n , το ελάχιστο $n = 2$ θα εμφανισθεί σε γωνία για την οποία $\sin \theta = 2 \times 0.148 = 0.296 (\theta = 17.2^\circ)$, και το ελάχιστο $n = 3$ όπου $\sin \theta = 3 \times 0.148 = 0.444 (\theta = 26.4^\circ)$.

Από τα δεδομένα του Σχήματος 4.8, βλέπουμε το πρώτο ελάχιστο περίθλασης σε γωνία περίπου 10° , το δεύτερο στις περίπου 18° , και το τρίτο στις περίπου 27° , όλα σε πολύ καλή συμφωνία με τις αναμενόμενες τιμές.

Τα δεδομένα δεν ακολουθούν ακριβώς τον μαθηματικό τύπο για περίθλαση από ένα δίσκο, επειδή οι πυρήνες δεν συμπεριφέρονται ακριβώς όπως οι δίσκοι.

Συγκεκριμένα, έχουν διάχυτα και όχι αυστηρά άκρα, πράγμα που εμποδίζει την ένταση στα ελάχιστα περιθλάσεως να πέσει στο μηδέν και μεταβάλλει επίσης ελαφρά τις θέσεις των ελαχίστων.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πειράματα Περίθλασης Σωματιδίων

Οι οριστικές αποδείξεις ενδείξεις για την κυματική φύση του φωτός προέκυψαν από το πείραμα διπλής σχισμής που πραγματοποίησε ο **Thomas Young** το 1801

Κατ' αρχήν, θα πρέπει να είναι δυνατή η πραγματοποίηση πειραμάτων διπλής σχισμής με σωματίδια και επομένως θα πρέπει να παρατηρείται άμεσα η κυματική τους συμπεριφορά.

Ωστόσο, οι τεχνολογικές δυσκολίες παραγωγής διπλών σχισμών για σωματίδια είναι απαγορευτικές, οπότε παρόμοια πειράματα δεν ήταν δυνατά παρά μέχρι πολύ μετά από την εποχή του **de Broglie**.

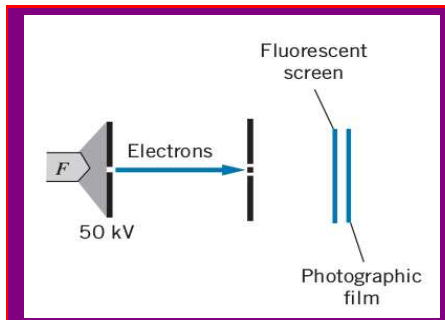
Το πρώτο πείραμα διπλής σχισμής με ηλεκτρόνια πραγματοποιήθηκε το 1961. Το διάγραμμα της συσκευής παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.9.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πείραμα Διπλής Σχισμής με Σωματίδια

Τα ηλεκτρόνια από ένα θερμαινόμενο νήμα επιταχύνθηκαν μέσω 50 kV (που αντιστοιχούν σε $\lambda = 5.4\text{ }\mu\text{m}$) και έπειτα διήλθαν διά μέσω διπλής σχισμής διαχωρισμού $2.0\text{ }\mu\text{m}$ και πλάτους $0.5\text{ }\mu\text{m}$.

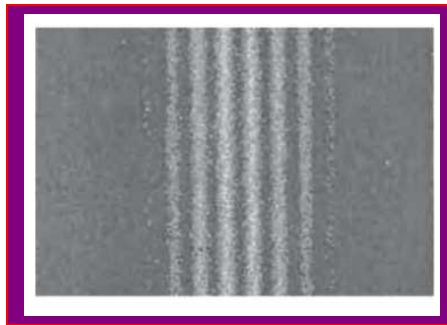
Μία φωτογραφία της προκύπτουσας εικόνας περίθλασης δείχνεται στην επόμενη διαφάνεια 4.10. Η ομοιότητα με το πείραμα διπλής σχισμής με φως είναι εντυπωσιακή.



Διάταξη διπλής σχισμής με ηλεκτρόνια. Τα ηλεκτρόνια από το νήμα F επιταχύνονται μέσω των 50 kV και διέρχονται μέσω της διπλής σχισμής. Παράγουν μία ορατή εικόνα όταν προσπίπτουν σε μια φθορίζουσα οθόνη και η προκύπτουσα εικόνα φωτογραφίζεται.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πείραμα Διπλής Σχισμής με Σωματίδια



Εικόνα συμβολής διπλής σχισμής ηλεκτρονίων

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πείραμα Διπλής Σχισμής με Σωματίδια

Παρόμοιο πείραμα μπορεί να γίνει για τα νετρόνια. Μια δέσμη νετρονίων από πυρηνικό αντιδραστήρα μπορεί να επιβραδυνθεί, ώστε να έχει “θερμική” ενεργειακή κατανομή (με μέσο όρο $K \simeq kT \simeq 0.025 \text{ eV}$), η οποία αντιστοιχεί σε θερμοκρασία δωματίου και μπορεί να επιλεγεί ένα συγκεκριμένο μήκος κύματος με μια διαδικασία σκέδασης, παρόμοια με τη περίθλαση Bragg.

Σε ένα πείραμα, νετρόνια κινητικής ενέργειας 0.0024 eV και μήκους κύματος de Broglie 1.85 nm πέρασαν από ένα διάκενο διαμέτρου $148 \mu\text{m}$ σε ένα υλικό που ουσιαστικά απορροφά όλα τα νετρόνια, τα οποία προσπίπτουν σε αυτό (Σχήμα 4.11).

Στο κέντρο του διακένου υπήρχε επίσης ένα σύρμα βορίου (που επίσης απορροφά έντονα τα νετρόνια) διαμέτρου $104 \mu\text{m}$. Τα νετρόνια μπορούσαν να περάσουν και στις δύο πλευρές του σύρματος μέσω σχισμών πλάτους $22 \mu\text{m}$.

Η ένταση των νετρονίων που διέρχονται από τη διπλή αυτή σχισμή παρατηρήθηκε με ολίσθηση μιας άλλης σχισμής κατά μήκος της δέσμης και μετρώντας την ένταση των νετρονίων που διέρχονται από αυτή τη “σχισμή σάρωσης”.

Το Σχήμα 4.12 δείχνει την προκύπτουσα εικόνα των μεγίστων και ελαχίστων της έντασης, το οποίο σχήμα δεν αφήνει καμία αμφιβολία ότι λαμβάνει χώρα συμβολή και ότι τα νετρόνια έχουν αντίστοιχη κυματική φύση.

Το μήκος κύματος μπορεί να συναχθεί από τον διαχωρισμό των σχισμών χρησιμοποιώντας την Εξ. 3.16 για να ληφθεί η απόσταση μεταξύ γειτονικών μεγίστων, $\Delta y = y_{n+1} - y_n$.

Υπολογίζοντας την απόσταση Δy από το Σχήμα 4.12 να είναι περίπου $75 \mu m$, λαμβάνουμε

$$\lambda = \frac{d\Delta y}{D} = \frac{(126 \text{ mm})(75 \text{ mm})}{5 \text{ m}} = 1.89 \text{ nm}$$

Το αποτέλεσμα αυτό συμφωνεί πολύ καλά με το κατά **de Broglie** μήκος κύματος των 1.85 nm που επιλέχθηκε για τη δέσμη νετρονίων.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πείραμα Διπλής Σχισμής με Σωματίδια

Είναι επίσης δυνατόν να πραγματοποιήσουμε παρόμοιο πείραμα και με άτομα. Σε αυτή την περίπτωση, μια πηγή ατόμων ηλίου σχημάτισε μία δέσμη (η οποία αντιστοιχεί σε μια κινητική ενέργεια 0.020 eV) η οποία διήλθε μέσω μιας διπλής σχισμής διαχωρισμού $8 \mu\text{m}$ και πλάτους 1 mm .

Χρησιμοποιήθηκε και πάλι μια σχισμή σάρωσης για να μετρηθεί η ένταση της δέσμης που διέρχεται μέσω της διπλής σχισμής. Το Σχήμα 4.13 δείχνει το προκύπτον σχέδιο έντασης.

Αν και τα αποτελέσματα δεν είναι τόσο έντονα όσο για τα ηλεκτρόνια και τα νετρόνια, υπάρχουν σαφείς ενδείξεις μέγιστης και ελάχιστης συμβολής και ο διαχωρισμός των μεγίστων δίνει ένα μήκος κύματος που είναι συνεπές με το κατά de Broglie μήκος κύματος (δείτε Πρόβλημα 8).

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πείραμα Διπλής Σχισμής με Σωματίδια

Περίθλαση μπορεί να παρατηρηθεί και με ακόμα μεγαλύτερα αντικείμενα. Το Σχήμα 4.14 δείχνει την εικόνα που παράγεται από μόρια φουλερενίου (C_{60}) τα οποία διέρχονται δια μέσω ενός φράγματος περίθλασης με σταθερά πλέγματος $d = 100 \text{ nm}$.

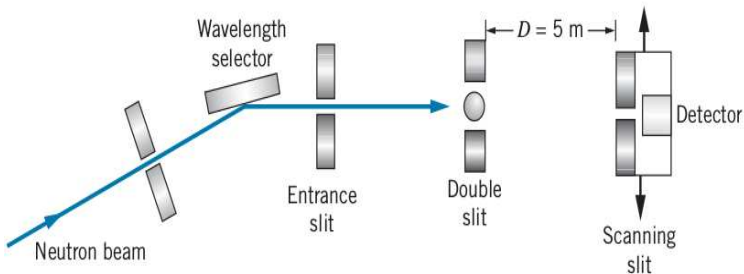
Η εικόνα περίθλασης παρατηρήθηκε σε απόσταση 1.2 m από το φράγμα περίθλασης.

Υπολογίζοντας τον διαχωρισμό των μεγίστων στο Σχήμα 4.14 ως $50 \mu\text{m}$, λαμβάνουμε τον γωνιακό διαχωρισμό των μεγίστων να είναι ίσος με $\theta \approx \tan \theta = (50 \mu\text{m}) / (1.2 \text{ m}) = 4.2 \times 10^{-5} \text{ rad}$ και επομένως $\lambda = d \sin \theta = 4.2 \text{ pm}$.

Για τα μόρια C_{60} με ταχύτητα 117 m/s που χρησιμοποιήθηκαν στο πείραμα αυτό, το αναμενόμενο κατά de Broglie μήκος κύματος είναι 4.7 pm , σε καλή συμφωνία με την εκτίμησή μας από την εικόνα περίθλασης.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΔΕ ΒΡΟΓΓΙΕ

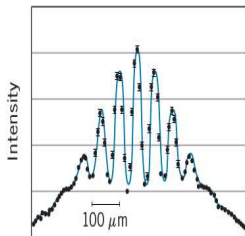
Πείραμα Διπλής Σχισμής με Σωματίδια



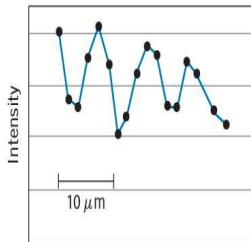
Συσκευή διπλής σχισμής για νετρόνια. Θερμικά νετρόνια από έναν αντιδραστήρα προσπίπτουν σε έναν κρύσταλλο. Η ενέργεια νετρονίων επιλέγεται μέσω σκέδασης σε μια συγκεκριμένη γωνία. Μετά την διέλευση από τη διπλή σχισμή, τα νετρόνια καταμετρώνται από τη διάταξη σχισμών σάρωσης, η οποία κινείται κατά πλάτος.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

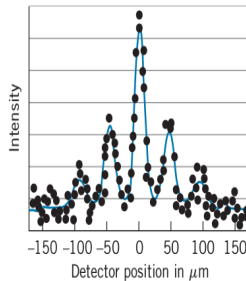
Πείραμα Διπλής Σχισμής με Σωματίδια



Scanning slit position



Scanning slit position



Η εικόνα έντασης που παρατηρήθηκε για συμβολή διπλής σχισμής με νετρόνια. Η απόσταση μεταξύ των μεγίστων είναι περίπου $75 \mu\text{m}$.

Η εικόνα έντασης που παρατηρήθηκε για συμβολή διπλής σχισμής με άτομα ηλίου.

Εικόνα περίθλασης φράγματος που παρήχθη από μόρια C_{60} .

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πείραμα Διπλής Σχισμής με Σωματίδια

Σε αυτό το κεφάλαιο συζητήσαμε διάφορα πειράματα συμβολής και περίθλασης χρησιμοποιώντας διαφορετικά σωματίδια - ηλεκτρόνια, πρωτόνια, νετρόνια, άτομα και μόρια. Αυτά τα πειράματα δεν περιορίζονται σε οποιοδήποτε συγκεκριμένο τύπο σωματιδίου ή σε κάποιο συγκεκριμένο τύπο παρατήρησης.

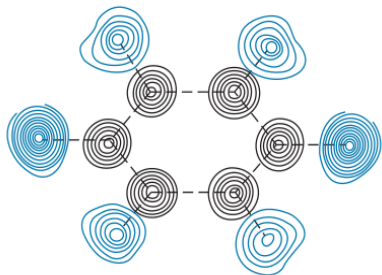
Είναι παραδείγματα ενός γενικού φαινομένου, της κυματικής φύσης των σωματιδίων, η οποία δεν είχε παρατηρηθεί πριν από το 1920, επειδή δεν είχαν πραγματοποιηθεί τα απαραίτητα πειράματα. Σήμερα η κυματική φύση χρησιμοποιείται από τους επιστήμονες ως βασικό εργαλείο.

Για παράδειγμα, η περίθλαση νετρονίων δίνει λεπτομερείς πληροφορίες για τη δομή των στερεών κρυστάλλων και των πολύπλοκων μορίων (Σχήμα 4.15).

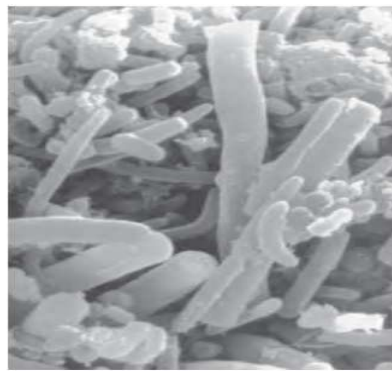
Το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο χρησιμοποιεί κύματα ηλεκτρονίων για να φωτίζει και να σχηματίζει μια εικόνα αντικειμένων. Επειδή το μήκος κύματος μπορεί να γίνει χιλιάδες φορές μικρότερο από εκείνο του ορατού φωτός, είναι δυνατόν να αναλύσουμε και να παρατηρήσουμε μικρές λεπτομέρειες που δεν είναι παρατηρήσιμες με το ορατό φως (Σχήμα 4.16).

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Πείραμα Διπλής Σχισής με Σωματίδια



Η ατομική δομή του στερεού βενζολίου όπως παρήχθη από περίθλαση νετρονίων. Οι κύκλοι δείχνουν περίγραμμα σταθερής πυκνότητας. Οι μαύροι κύκλοι δείχνουν τις θέσεις των έξι ατόμων άνθρακα τα οποία σχηματίζουν το γνωστό δακτύλιο του βενζολίου. Οι γαλάζιοι δείχνουν τις θέσεις των ατόμων υδρογόνου.



Εικόνα ηλεκτρονικής μικροσκοπίας βακτηρίων στην επιφάνεια ανθρώπινης γλώσσας. Η μεγένθυση εδώ είναι κατά παράγοντα 5000.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Μέσω Ποιας Σχισμής Διέρχεται το Σωματίδιο·

Όταν πραγματοποιούμε ένα πείραμα διπλής σχισμής με σωματίδια όπως ηλεκτρόνια, είναι δελεαστικό να προσπαθήσουμε να προσδιορίσουμε από ποια σχισμή διέρχεται το σωματίδιο.

Για παράδειγμα, θα μπορούσαμε να περιβάλουμε κάθε σχισμή με έναν ηλεκτρομαγνητικό βρόχο, ο οποίος προκαλεί απόκλιση σε έναν μετρητή κάθε φορά που ένα φορτισμένο σωματίδιο ή ίσως ένα σωματίδιο με μαγνητική ροπή διέρχεται μέσω του βρόχου (Σχήμα 4.17).

Αν εξαπολύσουμε τα σωματίδια διαμέσου των σχισμών με αρκετά αργό ρυθμό, θα μπορούσαμε να ανιχνεύουμε κάθε σωματίδιο καθώς θα διερχόνταν μέσω της μίας ή άλλης σχισμής και κατόπιν εμφανιζόταν στην οθόνη.

Μέσω Ποιας Σχισμής Διέρχεται το Σωματίδιο·

Εάν εκτελούσαμε το φανταστικό αυτό πείραμα, το αποτέλεσμα δεν θα ήταν πλέον μία εικόνα συμβολής στην οθόνη.

Αντ' αυτού, θα παρατηρούσαμε μία εικόνα παρόμοια με αυτήν που φαίνεται στο Σχήμα 4.17, με ίχνη χτυπήματα' μπροστά από κάθε σχισμή, αλλά χωρίς κροσσούς συμβολής.

Δεν έχει σημασία το είδος της συσκευής που χρησιμοποιούμε για να καθορίσουμε δια μέσω ποιάς σχισμής διέρχεται το σωματίδιο, η εικόνα συμβολής θα καταστραφεί.

Το κλασικό σωματίδιο πρέπει να περάσει από την μία ή την άλλη σχισμή. Μόνο ένα κύμα μπορεί να αποκαλύψει συμβολή, η οποία εξαρτάται από τμήματα του μετώπου κύματος που διέρχονται και από τις δύο σχισμές και στη συνέχεια ανασυνδέονται.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Μέσω Ποιας Σχισμής Διέρχεται το Σωματίδιο·

Όταν ρωτάμε από ποια σχισμή πέρασε το σωματίδιο, ερευνούμε μόνο τις σωματιδιακές πτυχές της συμπεριφοράς του και δεν μπορούμε να παρατηρήσουμε την κυματική του φύση (την εικόνα συμβολής).

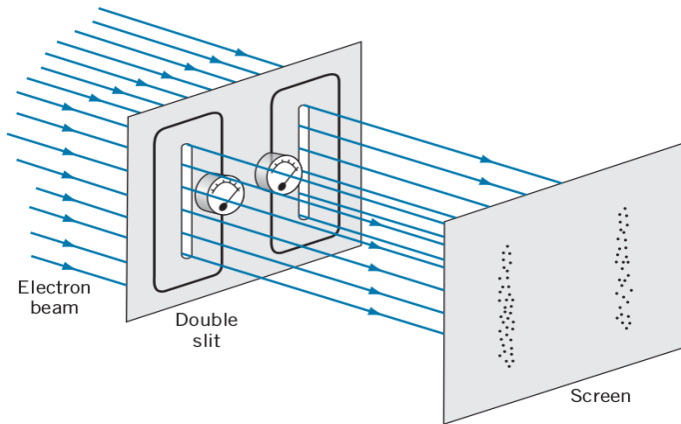
Αντίθετα, όταν μελετάμε την κυματική φύση, δεν μπορούμε να παρατηρήσουμε ταυτόχρονα τη σωματιδιακή φύση.

Το ηλεκτρόνιο θα συμπεριφέρεται ως σωματίδιο ή κύμα, αλλά δεν μπορούμε να παρατηρήσουμε ταυτόχρονα και τις δύο πλευρές - πτυχές της συμπεριφοράς του.

Η ενδιαφέρουσα αυτή πτυχή της κβαντομηχανικής ισχύει επίσης για τα φωτόνια όπου τα πειράματα μπορούν να αναδείξουν είτε τη σωματιδιακή φύση του φωτονίου είτε την κυματική του φύση, αλλά όχι και τις δύο φύσεις ταυτόχρονα.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Μέσω Ποιας Σχισμής Διέρχεται το Σωματίδιο·



Συσκευή για την καταγραφή της διέλευσης ηλεκτρονίων δια μέσω σχισμών. Κάθε σχισμή περιβάλλεται από έναν βρόχο με μετρητή ο οποίος σημειώνει την διέλευση ενός ηλεκτρονίου από την σχισμή. Επί της οθόνης δεν εμφανίζονται κροσσοί συμβολής.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ DE BROGLIE

Μέσω Ποιας Σχισμής Διέρχεται το Σωματίδιο·

Το γεγονός αυτό είναι η βάση της αρχής της συμπληρωματικότητας, η οποία υποστηρίζει ότι η πλήρης περιγραφή ενός φωτονίου ή ενός σωματιδίου, όπως ενός ηλεκτρονίου, δεν μπορεί να γίνει υπο όρους μόνο σωματιδιακών ιδιοτήτων ή μόνο κυματικών ιδιοτήτων αλλά ότι πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι δύο πτυχές της συμπεριφοράς του.

Επιπλέον, οι ιδιότητες των σωματιδίων και των κυμάτων δεν μπορούν να παρατηρηθούν ταυτόχρονα και ο τύπος συμπεριφοράς που παρατηρούμε εξαρτάται από τον τύπο του πειράματος που κάνουμε: ένα πείραμα σωματιδιακού τύπου δείχνει μόνο τη σωματιδιακή συμπεριφορά και ένα πείραμα κυματικού τύπου δείχνει μόνο την κυματική συμπεριφορά.

Γ. Κίτης

E-mail gkitis@auth.gr

E-mail gkitis@physics.auth.gr

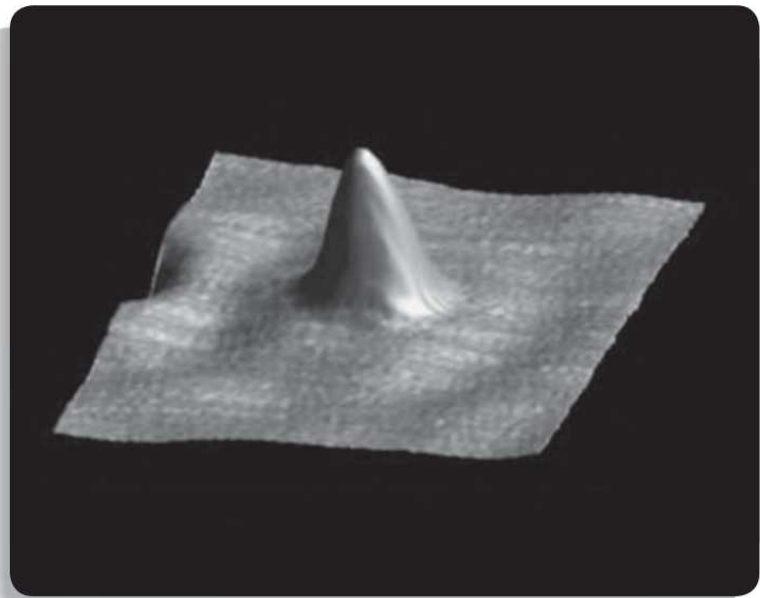
ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΩΝ

Πειραματικό Μέρος

Γεώργιος Κίτης

Ε Α Π Φ

7 Οκτωβρίου 2020



Πρακτική της εργαστηριακής Άσκησης

Οπτική περίθλαση

Η περίθλαση (και συμβολή) είναι φαινόμενο της διάδοσης των κυμάτων. Είναι μία από τις περιπτώσεις στις οποίες το φως εκτρέπεται από την ευθεία πορεία του.

Όταν το φως διέρχεται μέσα από μία λεπτή σχισμή ή οπή δεν εμφανίζεται ένα απλό φωτεινό αποτύπωμα σε μία οθόνη τοποθετημένη πίσω από την σχισμή που αντιστοιχεί στην ευάνα της οπής ή της σχισμής αλλά μία εικόνα που περιλαμβάνει φωτεινές και σκοτεινές περιοχές σε μία μεγάλη περιοχή γύρω από την θέση που θα έπρεπε να εμφανίζεται το φωτεινό αποτύπωμα

Η περίθλαση επομένως είναι το φαινόμενο της διάχυσης των κυμάτων προς όλες τις κατευθύνσεις όταν αυτά συναντάνε ένα εμπόδιο ή μία οπή με διαστάσεις παραπλήσιες του μήκους κύματος.

Αυτό εκφράζεται από την σχέση

$$a \sin \theta = m\lambda \quad \text{με} \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

όπου a το πλάτος της σχισμής και θ η γωνία περίθλασης

Στην ιστορία της Φυσικής οι ακτίνες X είναι το φαινόμενο το οποίο βρήκε την ταχύτερη εφαρμογή αμέσως μετά την ανακάλυψή του. Συγκεκριμένα ανακαλύφθηκε Νοέμβριο του 1895 και ακολούθησε η πρώτη εφαρμογή τον επόμενο Ιανουάριο του 1896.

Για να εμφανίσει, ως κύματική ακτινοβολία, κυματικά φαινόμενα όπως η περίθλαση θάπρεπε να υπεβλήθουν φυσικά φράγματα περίθλασης της τάξεως του μήκους κύματος της, το οποίο είναι της τάξης του A° .

Αμέσως έγινε κατανοητό ότι φράγματα μεγέθους $1 A^{\circ}$ μπορεί να είναι οι αποστάσεις μεταξύ των ατόμων σε έναν κρύσταλλο.

Η ιδέα αυτή προχώρησε τόσο γρήγορα ώστε στα τέλη της δεκαετίας του 1910 οι πατήρ και υιός **Bragg** και **Max von Laue** τιμήθηκαν με το βραβείο Νόμπελ Φυσικής για την ήδη καθιέρωση της περίθλασης ακτίνων Q βασικής μεθόδου μελέτης της δομής κρυστάλλων και υλικών γενικότερα. Εξακολουθεί δε να είναι ακόμα και σήμερα εκ των βασικότερων μεθόδων έρευνας στην επιστήμη των υλικών.

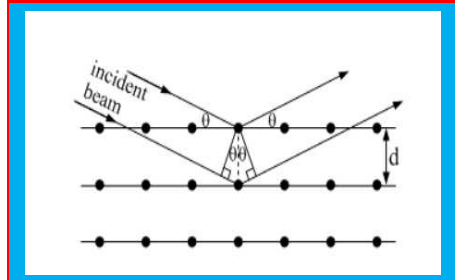
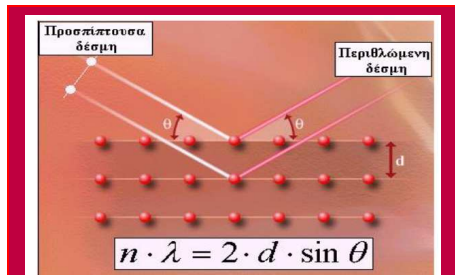
Πρακτική της εργαστηριακής Άσκησης

Νόμος του Bragg

Από τα διπλανά σχήματα και για την περίπτωση της εποικοδομητικής συμβολής προκύπτει ο νόμος του Bragg

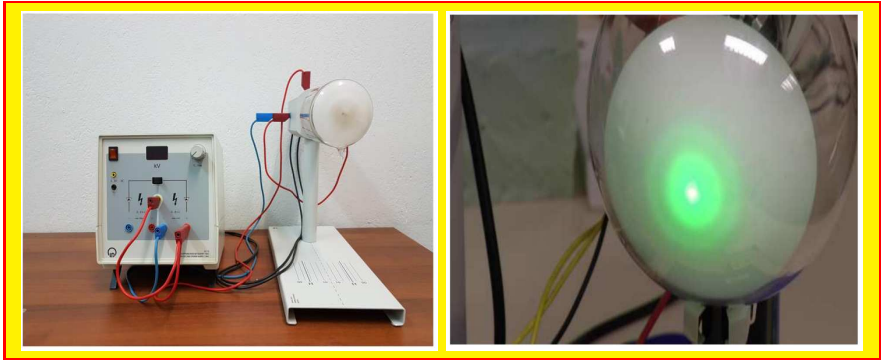
$2d \sin \theta = n\lambda$ $n = 1, 2, \dots$ όπου n η τάξη περίθλασης,

d το φράγμα περίθλασης το οποίο είναι η σταθερά πλέγματος του κρυστάλλου και άρα αποστάσεις μεταξύ των ατόμων του κρυστάλλου



Περίθλαση Ηλεκτρονίων

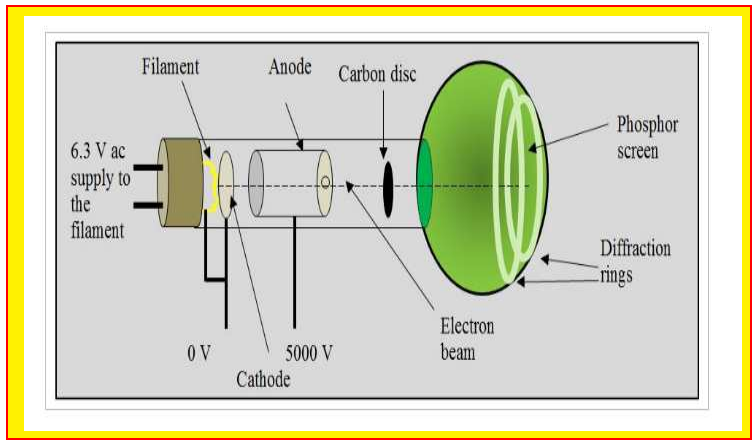
Τυπικές εργαστηριακές διατάξεις

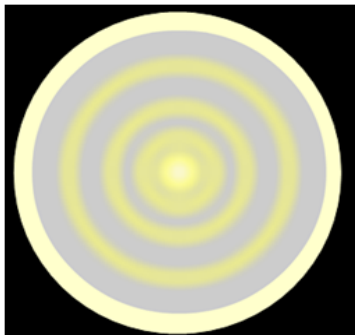


Περίθλαση Ηλεκτρονίων

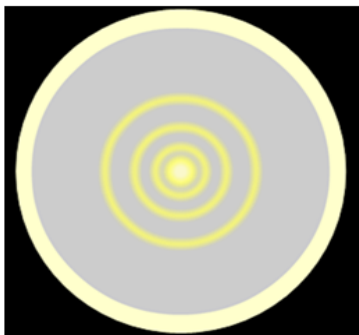
Τομή Πειραματικής διάταξης

ζολορ



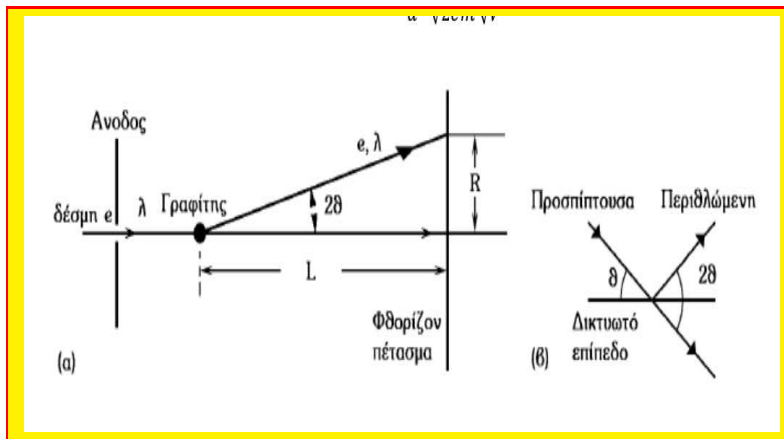


Low accelerating voltage



High accelerating voltage

Περίθλαση Ηλεκτρονίων
Τομή Πειραματικής διάταξης



Σχήμα: Αφαιρετικό κακίρισμα της διάταξης για την εξαγωγή σχέσεων

Πρακτική της εργαστηριακής Άσκησης
Μικροσκοπικό συναρτήσει μακροσκοπικού

$$\tan 2\theta = \frac{R}{L}$$

Για πολύ μικρά θ και με βάση την σχέση του Bragg προκύπτει

$$\lambda = \frac{d}{L} R$$

Υπολογίζοντας την ταχύτητα του ηλεκτρονίου από την σχέση

$$\frac{1}{2} m v^2 = e V$$

και την αντικαταστήσουμε στην σχέση de Broglie λαμβάνουμε

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emV}} = 12.26 \cdot \frac{1}{\sqrt{V}} \underbrace{\left[A^\circ V^{-1/2} \right]}_{\text{μονάδες}}$$

Πρακτική της εργαστηριακής Άσκησης
Μικροσκοπικό συναρτήσει μακροσκοπικού

Άρα σύμφωνα με την εξίσωση de Broglie δέσμη ηλεκτρονίων σε σωλήνα με ανοδική τάση 5kV έχει μήκος κύματος $\lambda = 0.173 \text{ \AA}$

Αν στη σχέση $d = \frac{\lambda}{N}$ αντικαταστήσουμε το $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emV}}$ λαμβάνουμε

$$2R = D = \underbrace{\left(\frac{1}{d} \cdot \frac{2Lh}{\sqrt{2em}} \right)}_C \frac{1}{\sqrt{V}}$$

Μιά σχέση που συνδέει τα μακροσκοπικά μεγέθη D και V με γραμμική σχέση της οποίας η κλίση είναι το πολύπλοκο μέγεθος

$$C = \left(\frac{1}{d} \cdot \frac{2Lh}{\sqrt{2em}} \right)$$

Πρακτική της εργαστηριακής Άσκησης
Μικροσκοπικό συναρτήσει μακροσκοπικού

Υπολογίζοντας από την πειραματιοκή διαδικασία την κλίση C η σταθερά πλέγματος d προκύπτει ως

$$d = \left(\frac{2L}{C} \cdot \frac{h}{\sqrt{2em}} \right)$$

$$d = \left(\frac{2L}{C} \left(\frac{\text{cm} \cdot V^{1/2}}{\text{cm}} \right) \cdot \frac{h}{\sqrt{\frac{2(\text{eV}) \cdot (\text{me}^2)}{V \cdot \text{e}^2}}} \right)$$

είναι $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$

$$d = \left(\frac{2L}{C} \left(\frac{\text{cm} \cdot V^{1/2}}{\text{cm}} \right) \cdot \frac{hc V^{-1/2}}{\sqrt{2(\text{eV}) \cdot (\text{me}^2)}} \right)$$

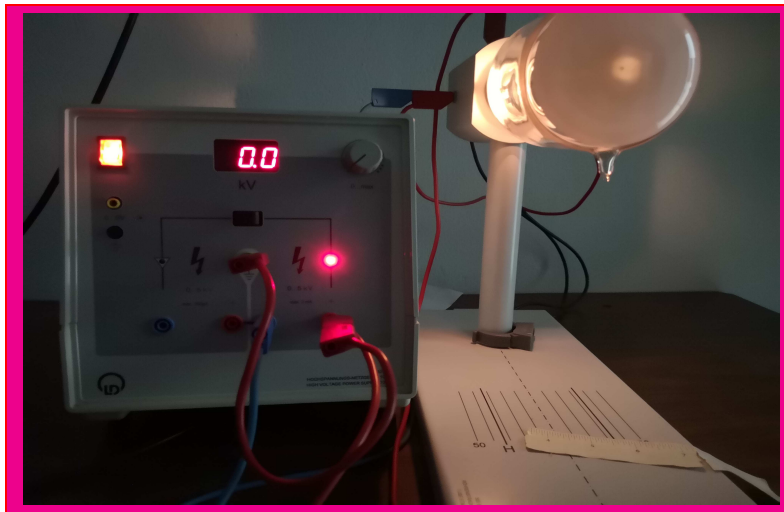
$$d = \left(\frac{2L}{C} \left(\frac{cm \cdot V^{1/2}}{cm} \right) \cdot \frac{1240 eV \cdot nm \cdot V^{-1/2}}{\sqrt{2(eV) \cdot (511.000)(eV)}} \right)$$

$$d = \left(\frac{2L}{C} \cdot \frac{1240 eV \cdot nm}{1010(eV)} \right)$$

$$d = \left(\frac{2L}{C} \cdot 1.2276 nm \right)$$

$$d = 24,552 \cdot \left(\frac{L}{C} \right) A^\circ$$

Περίθλαση Ηλεκτρονίων Πειραματική Διαδικασία



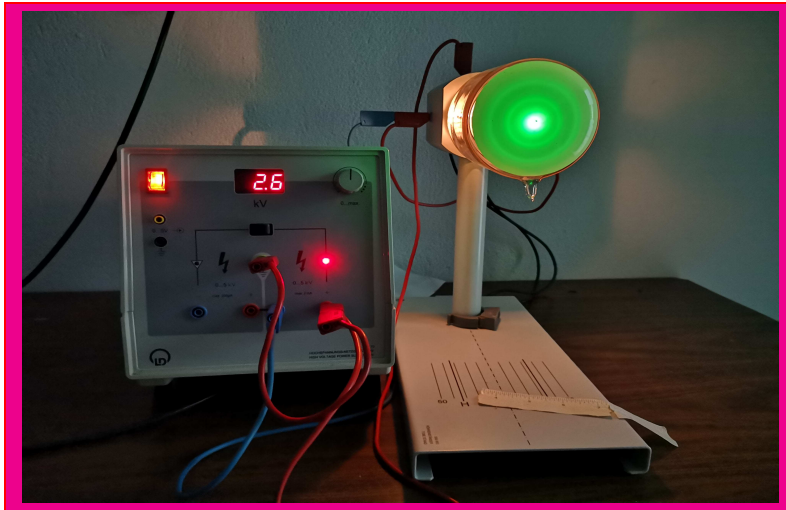
Σχήμα: Τάση Επιταχυνσης = 0

Περίθλαση Ηλεκτρονίων Πειραματική Διαδικασία



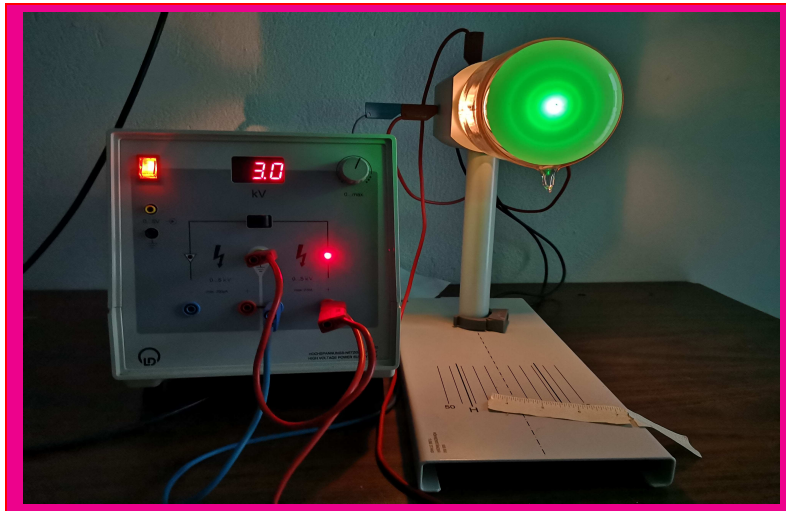
Σχήμα: Τάση Επιταχυνσης = 2 kV

Περίθλαση Ηλεκτρονίων Πειραματική Διαδικασία



Σχήμα: Τάση Επιτάχυνσης = 2.6 kV

Περίθλαση Ηλεκτρονίων Πειραματική Διαδικασία



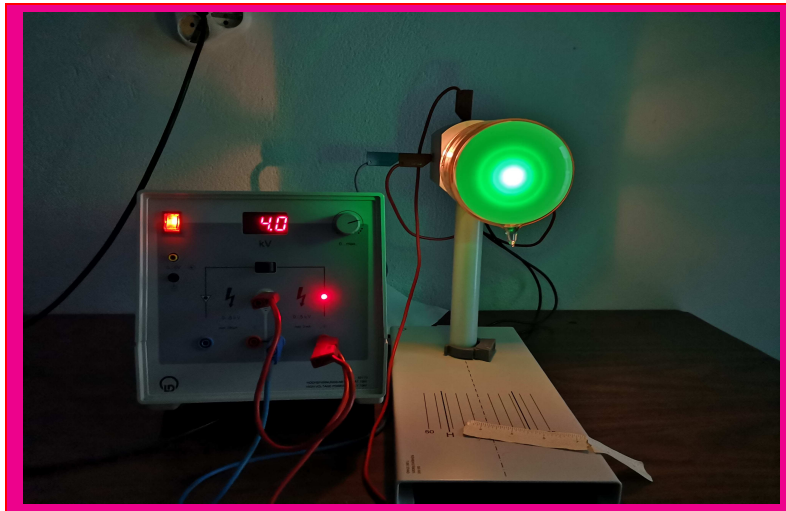
Σχήμα: Τάση Επιτάχυνσης = 3kV

Περίθλαση Ηλεκτρονίων Πειραματική Διαδικασία



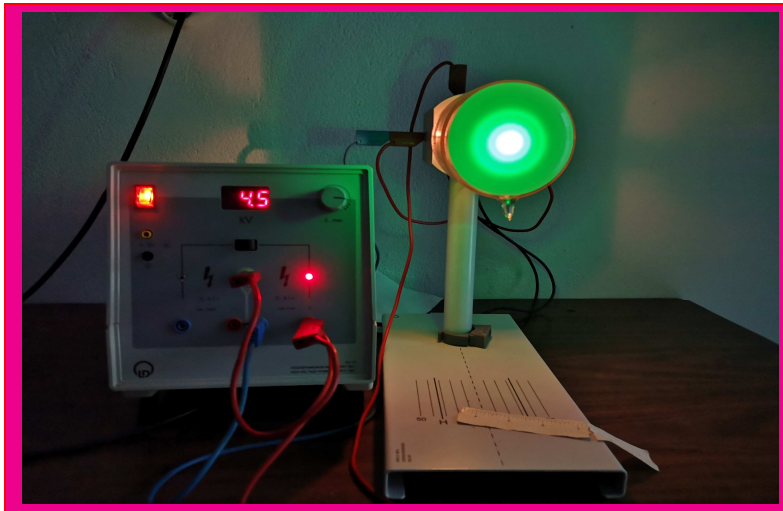
Σχήμα: Τάση Επιτάχυνσης = 3.5 kV

Περίθλαση Ηλεκτρονίων Πειραματική Διαδικασία



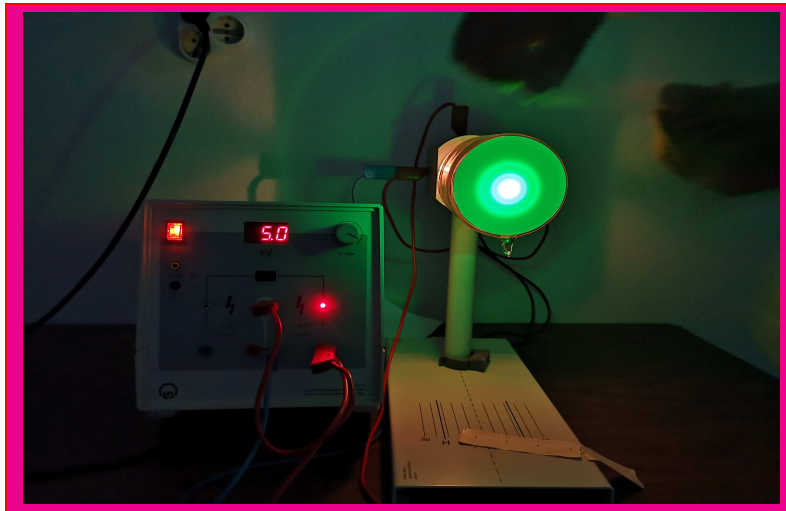
Σχήμα: Τάση Επιτάχυνσης = 4kV

Περίθλαση Ηλεκτρονίων Πειραματική Διαδικασία



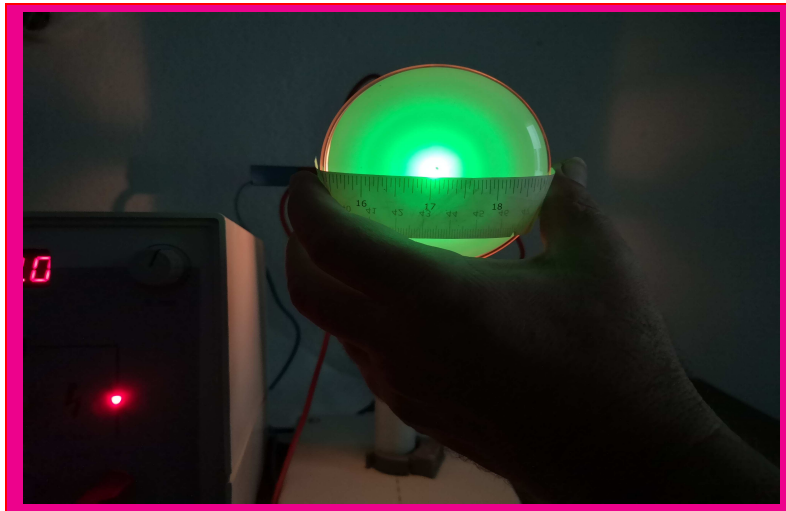
Σχήμα: Τάση Επιτάχυνσης = 4,5 kV

Περίθλαση Ηλεκτρονίων
Πειραματική Διαδικασία



Σχήμα: Τάση Επιτάχυνσης = 5kV

Περίθλαση Ηλεκτρονίων Πειραματική Διαδικασία



Σχήμα: Τάση Επιτάχυνσης = 3 kV

Περίθλαση Ηλεκτρονίων Πειραματική Διαδικασία



Σχήμα: Τάση Επιτάχυνσης = 5 kV

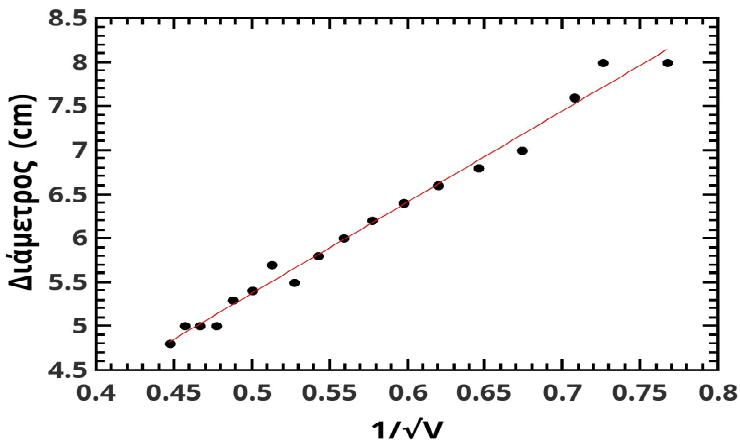
Περίθλαση Ηλεκτρονίων Πειραματική Διαδικασία



Σχήμα: Τάση Επιτάχυνσης = 5 kV

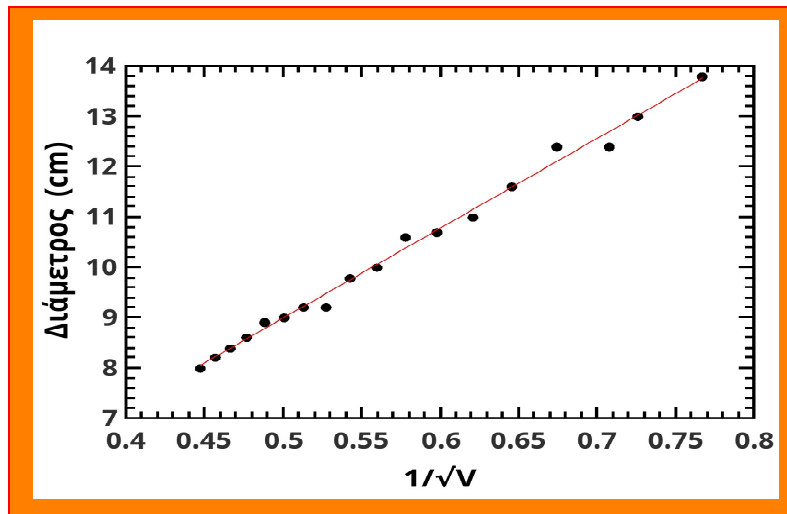
$\Delta V(\text{kV})$	$R_1(\text{cm})$	$R_2(\text{cm})$	$\frac{1}{\sqrt{V}}$	D_1	D_2
1.7	4 ± 0.2	6.9 ± 0.2			
1.9	4 ± 0.2	6.5 ± 0.2			
2	3.8 ± 0.2	6.2 ± 0.2			
2.2	3.5 ± 0.2	6 ± 0.2			
2.4	3.4 ± 0.2	5.8 ± 0.2			
2.6	3.3 ± 0.2	5.5 ± 0.2			
2.8	3.2 ± 0.2	5.35 ± 0.2			
3	3.1 ± 0.2	5.3 ± 0.2			
3.2	3 ± 0.2	5 ± 0.2			
3.4	2.9 ± 0.2	4.9 ± 0.2			
3.6	2.75 ± 0.2	4.6 ± 0.2			
3.8	2.85 ± 0.2	4.6 ± 0.2			
4	2.7 ± 0.2	4.5 ± 0.2			
4.2	2.65 ± 0.2	4.45 ± 0.2			
4.4	2.5 ± 0.2	4.3 ± 0.2			
4.6	2.5 ± 0.2	4.2 ± 0.2			
4.8	2.5 ± 0.2	4.1 ± 0.2			
5	2.4 ± 0.2	4 ± 0.2			

Περίθλαση Ηλεκτρονίων
Επεξεργασία Αποτελεσμάτων



Σχήμα: Δακτύλιος 1: Κλίση = 164

Περίθλαση Ηλεκτρονίων
Επεξεργασία Αποτελεσμάτων



Σχήμα: Δακτύλιος 2: Κλίση 282

Γ. Κίτης

E-mail gkitis@auth.gr

E-mail gkitis@physics.auth.gr