

## ΑΣΚΗΣΗ 4

### ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΛΟΓΟΥ $e/m$ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΟΥ

(με την μέθοδο Bainbridge)

Σκοπός της άσκησης είναι η μέτρηση του λόγου  $e/m$  των ηλεκτρονίων με την μέθοδο Bainbridge. Ο λόγος αυτός είναι σημαντικός γιατί, γνωρίζοντας το φορτίο του ηλεκτρονίου, μπορούμε να υπολογίσουμε την μάζα του.

#### 1. ΘΕΩΡΙΑ

Το ηλεκτρόνιο ανήκει στα βασικά στοιχειώδη σωματίδια. Συνεπώς, η ακριβής γνώση των χαρακτηριστικών του παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον (ακόμη και ερευνητικά). Ένα από τα χαρακτηριστικά του είναι η μάζα του,  $m_e = 9,10939 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0,510999 \text{ MeV}/c^2$ . Μιά τόσο μικρή μάζα είναι αδύνατο να μετρηθεί άμεσα. Έτσι, είμαστε αναγκασμένοι να καταφύγουμε σε έμμεσες μετρήσεις. Ένας τρόπος για να υπολογιστεί η μάζα του ηλεκτρονίου είναι από την τιμή του λόγου του φορτίου του προς την μάζα του, ή του λόγου  $e/m$ , αν είναι γνωστό το φορτίο του ηλεκτρονίου. Η ποσότητα αυτή μπορεί να προκύψει με μεγάλη ακρίβεια μετρώντας μακροσκοπικά μεγέθη. Οι μέθοδοι για την μέτρηση του λόγου  $e/m$  του ηλεκτρονίου βασίζονται στην επίδραση ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων σε μία δέσμη ηλεκτρονίων (μέθοδοι Thomson, Bainbridge), ή στην διαφορά των φασμάτων των ισοτόπων του υδρογόνου (φασματομετρικές μέθοδοι), ή στην μέτρηση του δείκτη διάθλασης των ακτίνων X. Στην άσκηση αυτή θα ασχοληθούμε με την μέτρηση του λόγου  $e/m$  με την μέθοδο Bainbridge.

Η μέθοδος βασίζεται στην μελέτη της κίνησης μίας δέσμης ηλεκτρονίων σε ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετο στην διεύθυνση της ταχύτητας της δέσμης. Η μέθοδος είναι γενική και χρησιμοποιείται στους φασματογράφους μάζας (στην ουσία είναι φασματογράφοι  $q/M$ ). Η αρχή της μεθόδου χρησιμοποιείται επίσης και στους κυκλικούς επιταχυντές.

Έστω λοιπόν μία δέσμη ηλεκτρονίων ενέργειας  $E$  και ταχύτητας  $\bar{v}$  που εισέρχεται σε έναν χώρο όπου υπάρχει μαγνητικό πεδίο μαγνητικής επαγωγής  $\bar{B}$ . Η δύναμη Lorentz που εξασκείται πάνω στα ηλεκτρόνια της δέσμης είναι:

$$\vec{F} = e\bar{v} \times \vec{B} \quad (4.1)$$

Όταν η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας και της μαγνητικής επαγωγής είναι ακριβώς  $90^\circ$ , τότε η τροχιά είναι κυκλική. Στην γενική περίπτωση, η δέσμη των ηλεκτρονίων θα διαγράψει μία ελικοειδή καμπύλη, η μορφή της οποίας εξαρτάται από τον βαθμό απόκλισης της γωνίας αυτής από τις  $90^\circ$ , ενώ η ένταση του μαγνητικού πεδίου και η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων επηρεάζουν την μορφή της τροχιάς, κάτι που εύκολα μπορεί να παρατηρηθεί στην άσκηση αυτή.

Η δύναμη Lorentz παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης. Έτσι, στην περίπτωση της κυκλικής κίνησης:

$$\frac{mv^2}{r} = evB \quad (4.2)$$

Αυτή είναι η σχέση που συνδέει τα βασικά μεγέθη της κίνησης ενός ηλεκτρονίου μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο, δηλαδή:

- την ταχύτητα  $v$
- το φορτίο  $e$
- την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς  $r$  και
- την μαγνητική επαγωγή  $B$ .

Από την σχέση (4.2) προκύπτει:

$$Br = \frac{mv}{e} \quad \text{ή} \quad Br = \frac{p}{e} \quad (4.3)$$

όπου  $p$  είναι η ορμή της δέσμης των ηλεκτρονίων. Η ποσότητα  $Br$  λέγεται *μαγνητική ακαμψία*. Όπως προκύπτει από την σχέση (4.3) η *μαγνητική ακαμψία μιάς δέσμης ηλεκτρονίων (και γενικά μιάς δέσμης φορτισμένων σωματιδίων) είναι ανάλογη της ορμής των σωματιδίων της δέσμης*.

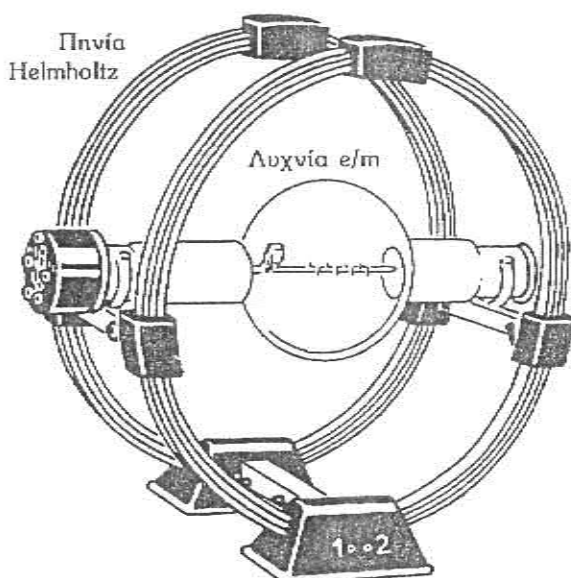
Στην σχέση (4.3) η μάζα  $m$  ταυτίζεται με την μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου, εφόσον η ταχύτητά του είναι μη σχετικιστική. Για παράδειγμα, η ταχύτητα των ηλεκτρονίων με κινητική ενέργεια 250 eV είναι περίπου το 3% της ταχύτητας του φωτός και η αντίστοιχη αύξηση της μάζας λόγω της κίνησης είναι αμελητέα. Από τις σχέσεις (4.2) και (4.3) προκύπτει:

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{rB} \quad (4.4)$$

Συνεπώς, για την ακριβή μέτρηση του λόγου  $e/m$  [C/kg] του ηλεκτρονίου, μέσω της μαγνητικής ακαμψίας, χρειάζεται αντίστοιχα η ακριβής μέτρηση της ταχύτητάς του  $v$  [m/s] και της ακτίνας  $r$  [m] της κυκλικής τροχιάς του μέσα στο μαγνητικό πεδίο μαγνητικής επαγωγής  $B$  [T].

## II. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από μία κατάλληλη λυχνία που βρίσκεται στο ομογενές μαγνητικό πεδίο το οποίο δημιουργείται από ένα ζεύγος πηνίων Helmholtz, σχήμα 4.1, από μερικά τροφοδοτικά χαμηλής και υψηλής τάσης για την παρα-



Σχήμα 4.1 Η πειραματική διάταξη για την μέτρηση του λόγου  $e/m$  του ηλεκτρονίου.

γαγή, την εστίαση και την επιτάχυνση των ηλεκτρονίων και την τροφοδοσία των πηνίων Helmholtz και από όργανα μέτρησης της διαφοράς δυναμικού ανόδου – καθόδου (βολτόμετρο) και του ρεύματος που διαρρέει τα πηνία (αμπερόμετρο).

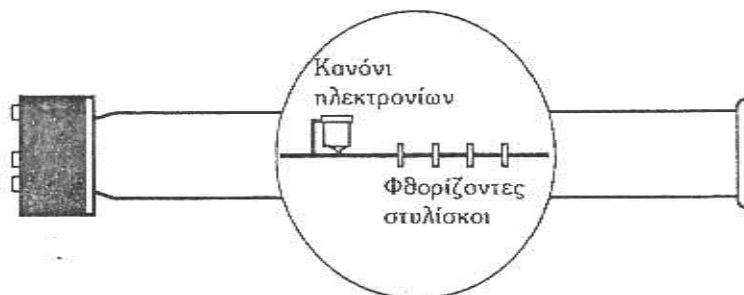
Η λυχνία περιέχει ένα κανόνι ηλεκτρονίων (θερμαινόμενο νήμα και ηλεκτρόδιο εστίασης για να σχηματιστεί μιά λεπτή και έντονη δέσμη ηλεκτρονίων και την άνοδο). Η άνοδος έχει μιά οπή στο κέντρο της από την οποία εξέρχεται η δέσμη των ηλεκτρονίων. Το κανόνι των ηλεκτρονίων είναι θωρακισμένο ώστε η κίνηση των ηλεκτρονίων μέσα σ' αυτό να μην επηρεάζεται από το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο. Κάθετα στην διεύθυνση των εξερχόμενων ηλεκτρονίων υπάρχει μιά σειρά από φθορίζοντες στυλίσκους, σχήμα 4.2. Οι αποστάσεις των στυλίσκων από την οπή της ανόδου παρουσιάζονται στον πίνακα 4.1.

Η λυχνία θα μπορούσε να είναι αερόκενη. Όμως, για καθαρά εποπτικούς λόγους, περιέχει υδρογόνο σε χαμηλή πίεση. Ο λόγος της παρουσίας του υδρογόνου θα δοθεί παρακάτω.

Η ταχύτητα  $v$  με την οποία εξέρχεται η δέσμη των ηλεκτρονίων από την άνοδο δίνεται από την σχέση:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \quad (4.5)$$

όπου  $V$  είναι η διαφορά δυναμικού ανόδου – καθόδου.



Σχήμα 4.2 Τομή της λυχνίας για την μέτρηση του λόγου  $e/m$ .

Πίνακας 4.1  
Αποστάσεις των στυλίσκων από την οπή της ανόδου.

Στυλίσκος	Απόσταση (m)
1	0,04
2	0,06
3	0,08
4	0,10

Τα πηνία Helmholtz είναι δύο ίδια πηνία, παράλληλα μεταξύ τους, των οποίων η απόσταση είναι ίση με την ακτίνα τους. Το μαγνητικό πεδίο  $B$  [T] που δημιουργούν τα πηνία Helmholtz στον εσωτερικό χώρο όπου κινούνται τα ηλεκτρόνια είναι κυκλικά ομογενές. Η έντασή του στο μέσο του άξονα των πηνίων δίνεται από την σχέση:

$$B[T] = \frac{8\mu_0}{\sqrt{125}} \frac{N}{a} I \quad (4.6)$$

όπου  $\mu_0 = 1,256 \times 10^{-6} T \cdot m / A$  είναι η μαγνητική επιδεκτικότητα του κενού,  $I$  [A] η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τα πηνία,  $a$  [m] η ακτίνα των πηνίων και  $N$  ο αριθμός των σπειρών κάθε πηνίου. Για την συγκεκριμένη διάταξη  $a = 0,2 m$  και  $N = 154$  σπείρες. Έτσι, η ένταση του μαγνητικού πεδίου αναμένεται να είναι περίπου  $10^{-3} T$  όταν από τα πηνία Helmholtz διέρχεται ηλεκτρικό ρεύμα 1 A.

Αν η διεύθυνση της μαγνητικής επαγωγής είναι κάθετη στην διεύθυνση της ταχύτητας των ηλεκτρονίων, τότε με αντικατάσταση των σχέσεων (4.5) και (4.6) στην (4.4) προκύπτει:

$$\frac{e}{m} = 2,47 \times 10^{12} \frac{a^2}{N^2 I^2 r^2} [C/kg] \quad (4.7)$$

Η μέτρηση του λόγου  $e/m$  έχει ως ακολούθως: Με σβηστά τα φώτα του χώρου εργασίας ρυθμίζονται η τάση επιτάχυνσης και η ένταση του ρεύματος των πηνίων ώστε η δέσμη των ηλεκτρονίων να προσπίπτει σε κάποιον στυλίσκο. Από τις τιμές της τάσης επιτάχυνσης, της έντασης του ρεύματος και από το μισό της απόστασης του στυλίσκου από την οπή της ανόδου (γιατί;) και με βάση την σχέση (4.7) υπολογίζεται η τιμή του λόγου  $e/m$ .

### A. Ο ρόλος του αερίου της λυχνίας

Για να έχει ο φοιτητής μιά εποπτική εικόνα για το τι γίνεται μέσα στην λυχνία, αλλά και για να μπορούν να γίνουν κάποιες ρυθμίσεις πριν από την έναρξη των μετρήσεων, η δέσμη των ηλεκτρονίων πρέπει να είναι ορατή. Είναι προφανές, λόγω του μεγέθους των ηλεκτρονίων, ότι είναι αδύνατο, ακόμη και με το καλύτερο μικροσκόπιο, να δούμε άμεσα την δέσμη των ηλεκτρονίων. Όμως, η δέσμη των ηλεκτρονίων μπορεί να γίνει ορατή έμμεσα.

Καθώς τα ηλεκτρόνια (και κάθε φορτισμένο σωματίδιο) διέρχονται μέσα από την ύλη αλληλεπιδρούν με τα ηλεκτρόνια των ατόμων ή/και των μορίων της ύλης με δυνάμεις Coulomb και τους δίνουν ένα μέρος της ενέργειάς τους. Ανάλογα με το πο-

σό της ενέργειας που δίνεται στα ηλεκτρόνια των ατόμων ή/και των μορίων της ύλης, τα άτομα ή/και τα μόρια διεγείρονται ή ιονίζονται. Τα μεν διεγερμένα άτομα ή/και μόρια αποδιεγείρονται με εκπομπή φωτονίων, τα δε ιονισμένα άτομα ή/και μόρια συλλαμβάνουν ηλεκτρόνια χαμηλής ενέργειας, σε τροχιές με μεγάλους κβαντικούς αριθμούς, ώστε να γίνουν ουδέτερα. Μέχρι τα άτομα ή/και τα μόρια να φτάσουν στην βασική τους κατάσταση εκπέμπονται φωτόνια. Το ποίος από τους δύο παραπάνω μηχανισμούς θα υπερισχύσει εξαρτάται από την ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων, από το υλικό από όπου διέρχεται η δέσμη των ηλεκτρονίων και από την δυνατότητα ύπαρξης ηλεκτρονίων χαμηλής ενέργειας στην γειτονιά των ιονισμένων ατόμων ή/και μορίων.

Αν, λοιπόν, εισάγουμε στην λυχνία κάποιο αέριο, σε χαμηλή πίεση, τότε θα συμβούν αυτά που περιγράφηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, καθώς η δέσμη των ηλεκτρονίων διέρχεται μέσα από το αέριο. Αυτό γιατί οι ενέργειες διέγερσης και ιονισμού των αερίων είναι της τάξης των 10 eV και οι ενέργειες των ηλεκτρονίων της δέσμης της τάξης των 100 eV (ικανές να διεγείρουν κατά κυριότητα και λιγότερο να ιονίσουν τα μόρια του αερίου). Όμως, τα μόρια των αερίων δεν είναι ακίνητα. Κινούνται άτακτα σε τυχαίες διευθύνσεις (κίνηση Braun). Αν δεν επιλέξουμε το κατάλληλο αέριο τότε τα διεγερμένα ή/και ιονισμένα μόρια θα προλάβουν να διασπαρθούν στον χώρο της λυχνίας, με αποτέλεσμα η τροχιά των ηλεκτρονίων να είναι τουλάχιστον ασαφής. Αν ο μηχανισμός της αποδιέγερσης διαρκέσει ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα, τότε τα διεγερμένα μόρια δεν θα προλάβουν να απομακρυνθούν από τον χώρο διέλευσης της δέσμης των ηλεκτρονίων. Έτσι, το κριτήριό μας στην επιλογή του αερίου είναι ο μικρός χρόνος αποδιέγερσης των διεγερμένων ατόμων ή/και μορίων. Ο τυπικός χρόνος αποδιέγερσης των ατόμων ή/και των μορίων, όπως είναι γνωστό από την Ατομική Φυσική, είναι στην περιοχή  $10^{-9} - 10^{-8}$  s. Επιλέγοντας λοιπόν ένα τέτοιο αέριο, ή με άλλα λόγια ένα αέριο που να μην έχει μετασταθείς στάθμες, μπορούμε να δούμε καθαρά την δέσμη των ηλεκτρονίων. Το υδρογόνο είναι ένα τέτοιο αέριο.

## B. Επίδραση εξωτερικών παραγόντων

Οποιοδήποτε μαγνητικό πεδίο που υπάρχει στον χώρο στον οποίο βρίσκεται η συσκευή, εκτός από το μαγνητικό πεδίο των πηνίων, θα έχει σαν συνέπεια την απόκλιση από την καθετότητα του συνιστάμενου πεδίου και της ταχύτητας της δέσμης. Έτσι, η τροχιά των ηλεκτρονίων δεν θα είναι κυκλική αλλά ελικοειδής και δεν θα ισχύουν οι σχέσεις (4.4) και (4.7).

Όπως είναι γνωστό, το γήινο μαγνητικό πεδίο έχει ένταση περίπου ίση με  $10^{-4}$  T, διεύθυνση βορά - νότου και σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο μία γωνία, *γωνία έγκλισης*, που εξαρτάται από το γεωγραφικό πλάτος. Επίσης, είναι γνωστό ότι όταν το μαγνητικό πεδίο είναι παράλληλο προς την ταχύτητα ενός φορτισμένου σωματιδίου, τότε η επίδρασή του στην κίνηση του σωματιδίου είναι μηδενική.

Επειδή δεν μπορούμε να μηδενίσουμε την ένταση του γήινου μαγνητικού πεδίου, θα πρέπει να προσανατολίσουμε την συσκευή μας ώστε να μηδενίζεται η επίδρασή του στην τροχιά των ηλεκτρονίων. Έτσι, θα πρέπει να προσανατολίσουμε την συσκευή μας ώστε η ταχύτητα των ηλεκτρονίων, χωρίς το μαγνητικό πεδίο των πηνίων, να είναι παράλληλη προς την διεύθυνση του γήινου μαγνητικού πεδίου. Για τον λόγο αυτόν χρησιμοποιούμε την πυξίδα έγκλισης.

## 76 Μέτρηση του λόγου $e/m$ των ηλεκτρονίων

Η πυξίδα έγκλισης είναι μία μαγνητική βελόνα η οποία μας δείχνει την ακριβή διεύθυνση του γίνου μαγνητικού πεδίου. Διαφέρει από μία κοινή πυξίδα στο γεγονός ότι η μαγνητική βελόνα της έχει την δυνατότητα κίνησης και στο κατακόρυφο επίπεδο.

Η διαδικασία προσανατολισμού της συσκευής έχει ως ακολούθως: Πρώτα προσανατολίζουμε την συσκευή έτσι ώστε το επίπεδο της τροχιάς των ηλεκτρονίων, παρουσία του μαγνητικού πεδίου των πηνίων, να είναι κατά την διεύθυνση βορρά – νότου. Στην συνέχεια, με σβηστό το πεδίο, στρέφουμε τη συσκευή, σε κάθετο προς το επίπεδο της τροχιάς των ηλεκτρονίων άξονα, ώστε η δέσμη των ηλεκτρονίων να γίνει παράλληλη προς την βελόνα της πυξίδας έγκλισης.

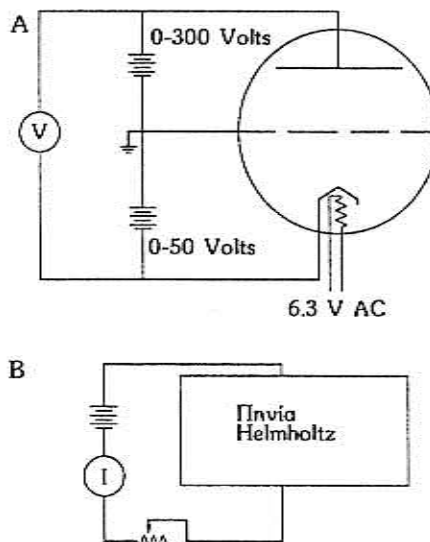
### III. ΟΡΓΑΝΑ

1. Λυχνία για την μέτρηση του λόγου  $e/m$  με την μέθοδο Bainbridge.
2. Πηνία Helmholtz.
3. Τροφοδοτικό χαμηλής τάσης 6,3 V ac.
4. Τροφοδοτικό συνεχούς τάσης 0 – 50 V.
5. Τροφοδοτικό συνεχούς τάσης 0 – 250 V.
6. Τροφοδοτικό συνεχούς τάσης για την τροφοδοσία των πηνίων.
7. Βολτόμετρο.
8. Αμπερόμετρο.
9. Ροοστάτης.
10. Καλώδια σύνδεσης.

Τα 3, 4, 5, 6, 7, και 8 περικλείονται σε κοινό περίβλημα

### IV. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

1. Αναγνωρίστε τις συσκευές.
2. Πραγματοποιήστε το κύκλωμα του σχήματος 4.3.
3. Μετά τον έλεγχο της συνδεσμολογίας θέσατε τις συσκευές υπό τάση, εκτός από το τροφοδοτικό των πηνίων. Πώς φαίνεται η δέσμη των ηλεκτρονίων;



Σχήμα 4.3 Το ηλεκτρικό κύκλωμα της άσκησης. α) Το κύκλωμα της λυχνίας, β) Το κύκλωμα των πηνίων Helmholtz.

4. Θέσατε υπό τάση και το τροφοδοτικό των πηνίων. Πως φαίνεται η δέσμη των ηλεκτρονίων; Γιατί;
5. Με την βοήθεια του υπεύθυνου της άσκησης ρυθμίστε την τάση εστίασης της δέσμης, ώστε η δέσμη να έχει τις μικρότερες δυνατές διαστάσεις. Η τάση αυτή θα πρέπει να παραμείνει σταθερή σε όλη την διάρκεια της άσκησης.
6. Ρυθμίστε την ανοδική τάση και την ένταση του ρεύματος των πηνίων ώστε η δέσμη των ηλεκτρονίων να προσπίπτει σε έναν στυλίσκο. Από τις τιμές της τάσης επιτάχυνσης, της έντασης του ρεύματος των πηνίων και της απόστασης στυλίσκου – ανόδου υπολογίστε τον λόγο  $e/m$ .
7. Ποιά σφάλματα υπεισέρχονται στην μέτρηση; Εκτιμήστε τα σφάλματα που υπεισέρχονται στην μέτρησή σας. Πόσο είναι το σφάλμα του  $e/m$ ;
8. Επαναλάβετε τα βήματα 6 και 7 τουλάχιστον άλλες 10 φορές με διαφορετικές ανοδικές τάσεις, εντάσεις του ρεύματος των πηνίων και διαφορετικούς στυλίσκους. Πόση είναι η τιμή του λόγου  $e/m$  που προέκυψε από τις μετρήσεις σας και πόσο είναι το σφάλμα του;
9. Συγκρίνετε το αποτέλεσμά σας με την αναμενόμενη τιμή από την βιβλιογραφία:

$$\frac{e}{m} = 1,758 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

10. Σχόλια, συμπεράσματα.